

Géométrie repérée : cours de maths 2de à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Sur une carte, un écran de jeu vidéo ou un plan de ville, chaque position se repère par deux nombres. En seconde, tu vas transformer ces nombres en **outils de calcul** : ils te permettront de calculer des déplacements, des milieux, des distances, de prouver que des points sont alignés ou de démasquer la vraie nature d'une figure, sans règle ni équerre, juste avec des coordonnées.

1. Repère orthonormé et coordonnées d'un point

D

Repère orthonormé

Un repère $(O; I, J)$ du plan est **orthonormé** lorsque les axes sont perpendiculaires et que les deux unités de longueur sont égales : $OI = OJ = 1$. Tout point M est alors repéré par un couple $(x_M; y_M)$: l'**abscisse** x_M se lit sur l'axe horizontal, l'**ordonnée** y_M sur l'axe vertical.

Dans ce chapitre, **le repère est toujours orthonormé**, sauf mention contraire. Cette précision est capitale : la formule des distances, par exemple, n'est valable que dans ce cas.



Attention à l'ordre

On écrit toujours l'abscisse en premier : $A(3; -2)$ est à 3 unités vers la droite et 2 unités vers le bas, alors que $B(-2; 3)$ est un tout autre point.

2. Coordonnées d'un vecteur

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ représente le déplacement qui amène A en B : une direction, un sens et une longueur. Dans un repère, ce déplacement se décrit par deux nombres.



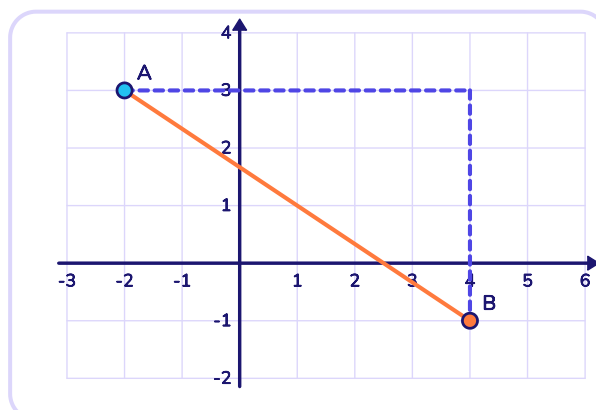
Coordonnées de $\overrightarrow{AB}$

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}.$$

Deux vecteurs sont **égaux** si et seulement s'ils ont les mêmes coordonnées. Ainsi

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ équivaut à dire que $ABCD$ est un **parallélogramme** (éventuellement aplati).



E**Exemple 1 : calculer un vecteur**

Soit $A(-2; 3)$ et $B(4; -1)$. Alors $x_B - x_A = 4 - (-2) = 6$ et

$y_B - y_A = -1 - 3 = -4$, donc $\overrightarrow{AB} \left(\begin{smallmatrix} 6 \\ -4 \end{smallmatrix} \right)$. Sur la figure, c'est bien un déplacement de 6 vers la droite et de 4 vers le bas.

Soit $C(1; 5)$. Cherchons le point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$: $x_D - 1 = 6$ et $y_D - 5 = -4$, donc $D(7; 1)$.

**Erreur classique**

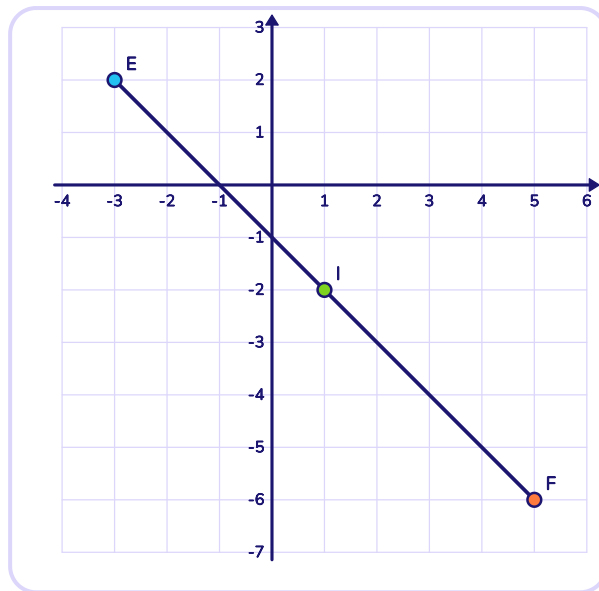
On calcule « arrivée moins départ ». Pour $\overrightarrow{AB}$, c'est $B - A$, pas $A - B$: tu obtiendrais le vecteur opposé $\overrightarrow{BA}$.

3. Coordonnées du milieu d'un segment**P****Milieu**

Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées

$$I \left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2} \right).$$

On fait donc la **moyenne des abscisses** et la **moyenne des ordonnées**.



E

Exemple 2 : un milieu

Pour $E(-3; 2)$ et $F(5; -6)$, le milieu de $[EF]$ est

$$I\left(\frac{-3+5}{2}; \frac{2+(-6)}{2}\right) = (1; -2).$$

M

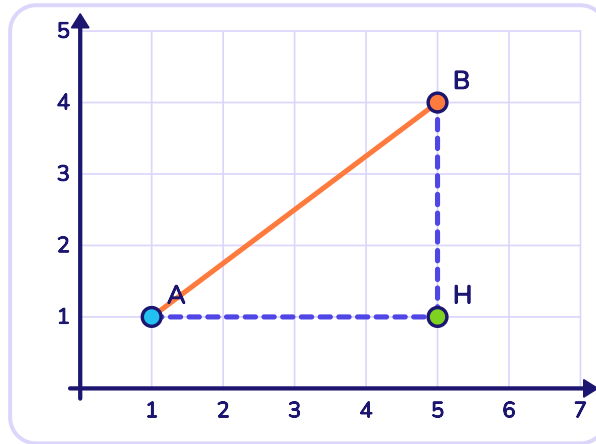
Méthode : retrouver une extrémité

1. Note $I(x_I; y_I)$ le milieu connu et A l'extrémité connue.
2. Écris $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$.
3. Résous : $x_B = 2x_I - x_A$ et $y_B = 2y_I - y_A$.

4. Distance entre deux points

P Distance dans un repère orthonormé

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$



Cette formule est le théorème de Pythagore déguisé : sur la figure, le triangle **AHB** est rectangle en **H**, avec **AH** = 4 et **HB** = 3, donc **AB²** = 4² + 3² = 25.

E Exemple 3 : une distance

Avec **A(1 ; 1)** et **B(5 ; 4)** : **AB** = $\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$.

Avec **M(-2 ; 3)** et **N(3 ; -1)** : **MN** = $\sqrt{5^2 + (-4)^2} = \sqrt{41} \approx 6,40$. Garde la valeur exacte $\sqrt{41}$ tant que tu calcules.



Astuce de Zyro

Pour comparer des longueurs, ne prends pas la racine : compare directement les **carrés** AB^2 , AC^2 , BC^2 . Tu évites les arrondis, et c'est exactement ce qu'il faut pour le théorème de Pythagore !

5. Colinéarité et alignement



Vecteurs colinéaires

Deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont **colinéaires** lorsque l'un est un multiple de l'autre. Cela équivaut à la condition

$$xy' - yx' = 0.$$

Le nombre $xy' - yx'$ s'appelle le **déterminant** des deux vecteurs : on multiplie « en croix » et on soustrait. Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.



Alignement

Trois points A, B, C sont **alignés** si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Deux droites (AB) et (CD) sont **parallèles** si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

E**Exemple 4 : prouver un alignement**

Soit $A(1; 2)$, $B(4; 3)$ et $C(10; 5)$. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Déterminant : $3 \times 3 - 1 \times 9 = 9 - 9 = 0$. Les vecteurs sont colinéaires, donc A , B et C sont alignés.

E**Exemple 5 : trouver un paramètre**

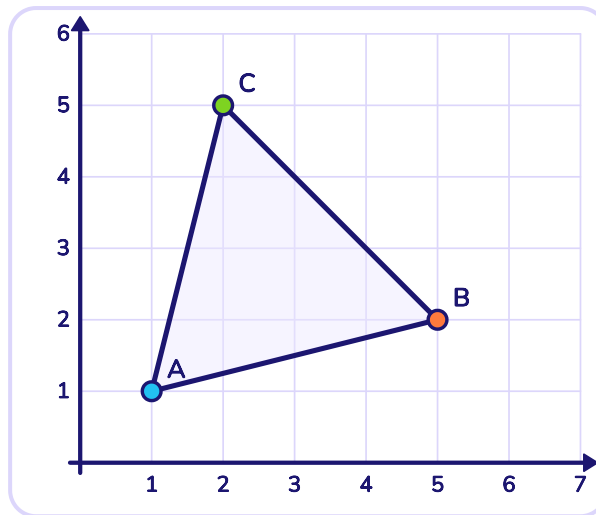
Pour quelle valeur de k les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} k \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ? On écrit $k \times (-2) - 6 \times 3 = 0$, soit $-2k = 18$, donc $k = -9$.

6. Nature d'un triangle

Avec les distances, on classe un triangle. On calcule les trois carrés des côtés, puis on les compare.

M**Méthode : nature d'un triangle**

1. Calcule AB^2 , AC^2 et BC^2 .
2. Deux carrés égaux : le triangle est **isocèle** ; trois carrés égaux : **équilatéral**.
3. Si le plus grand carré est la somme des deux autres, le triangle est **rectangle** (réciproque de Pythagore).
4. Conclut par une phrase qui cite les égalités obtenues.



E Exemple 6 : isocèle ou pas ?

Pour $A(1; 1)$, $B(5; 2)$, $C(2; 5)$: $AB^2 = 4^2 + 1^2 = 17$, $AC^2 = 1^2 + 4^2 = 17$ et $BC^2 = (-3)^2 + 3^2 = 18$.

$AB^2 = AC^2$: le triangle est isocèle en A . De plus $17 + 17 = 34 \neq 18$ et $17 + 18 \neq 17$: il n'est pas rectangle.

E Exemple 7 : rectangle et isocèle

Pour $R(-1; 1)$, $S(3; 3)$, $T(1; 7)$: $RS^2 = 16 + 4 = 20$, $ST^2 = 4 + 16 = 20$, $RT^2 = 4 + 36 = 40$. Comme $RS^2 + ST^2 = 40 = RT^2$, le triangle RST est rectangle en S , et comme $RS = ST$, il est aussi isocèle en S .

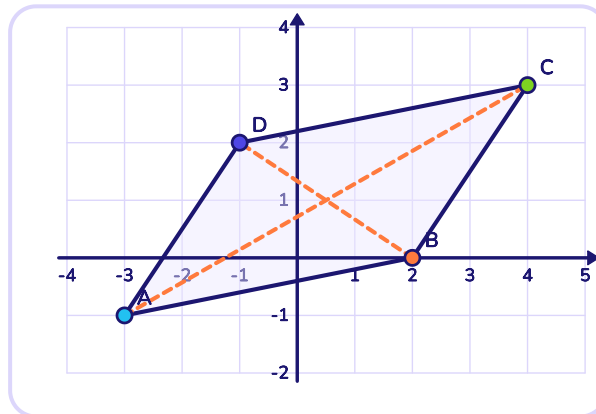
7. Nature d'un quadrilatère

Pour un quadrilatère $ABCD$, on prouve d'abord que c'est un parallélogramme, puis on cherche s'il est plus particulier.

P

Critères

- $ABCD$ est un **parallélogramme** $\iff \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \iff$ les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le **même milieu**.
- Un parallélogramme est un **losange** s'il a deux côtés consécutifs égaux ($AB = AD$).
- Un parallélogramme est un **rectangle** s'il a un angle droit, ou si ses diagonales sont de même longueur ($AC = BD$).
- S'il est à la fois losange et rectangle, c'est un **carré**.



E

Exemple 8 : un parallélogramme

Soit $A(-3; -1)$, $B(2; 0)$, $C(4; 3)$, $D(-1; 2)$. On calcule $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$: ils sont égaux, donc $ABCD$ est un parallélogramme.

Contrôle avec les milieux : celui de $[AC]$ est $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$, celui de $[BD]$ aussi. Ensuite $AB^2 = 26$ et $AD^2 = 4 + 9 = 13$: ce n'est pas un losange.

Je cherche...

Je calcule...

un déplacement

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

un milieu

la moyenne des abscisses et celle des ordonnées

une distance

$$\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

un alignement ou un parallélisme

le déterminant $xy' - yx'$, nul si colinéaires

la nature d'une figure

les carrés des côtés et les milieux des diagonales

À retenir

- Distances et orthogonalité : le repère doit être orthonormé.
- $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$: « arrivée moins départ ».
- Milieu de $[AB]$: $\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$.
- $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$; compare les carrés pour éviter les racines.
- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\iff xy' - yx' = 0$; alignement de $A, B, C \iff \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires.
- $ABCD$ parallélogramme $\iff \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \iff$ diagonales de même milieu.
- Triangle : compare AB^2, AC^2, BC^2 pour l'isocèle, l'équilatéral et le rectangle (Pythagore).

Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Zyro te conseille la suite

Exercices de maths

Géométrie repérée : exercices de maths 2de

Contrôles de maths

Géométrie repérée : contrôle de maths 2de

QCM de maths

Géométrie repérée : QCM de maths 2de

Exercices de maths

Droites et systèmes linéaires : exercices de maths 2de

 Exercices de maths

Géométrie dans l'espace : exercices de maths 2de

 Contrôles de maths

Droites et systèmes linéaires : contrôle de maths 2de

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage