

Géométrie dans l'espace : cours de maths 3ème à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Une canette, un cornet de glace, un ballon, le toit d'une tour : autour de toi, les solides sont partout, et on a souvent besoin de savoir **combien ils contiennent** ou **combien de peinture** il faut pour les recouvrir. Dans ce chapitre, tu vas calculer des volumes (cylindre, pyramide, cône, boule), l'aire d'une sphère, étudier ce qui se passe quand on **coupe** un solide, comprendre comment les volumes changent quand on **agrandit ou réduit**, convertir sans te tromper, et enfin te **repérer sur un globe**.

1. Rappels : volume d'un solide

D

Volume

Le volume d'un solide mesure la place qu'il occupe dans l'espace. On l'exprime en unités « cube » : cm^3 , dm^3 , m^3 ... Un cube de 1 cm d'arête a un volume de 1 cm^3 .

Tu connais déjà deux formules : pour un **pavé droit** de longueur L , de largeur ℓ et de hauteur h , $V = L \times \ell \times h$; pour un **prisme droit** dont la base a pour aire B , $V = B \times h$. Dans tout ce chapitre, la lettre h désigne la **hauteur**, c'est-à-dire la distance mesurée perpendiculairement à la base, et B l'**aire de la base**.

Solide	Volume	Remarque
Pavé droit	$L \times \ell \times h$	base rectangulaire
Cylindre	$\pi r^2 \times h$	base : un disque de rayon r
Pyramide	$\frac{1}{3} \times B \times h$	un tiers du prisme de même base et même hauteur
Cône	$\frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h$	un tiers du cylindre de même base et même hauteur
Boule	$\frac{4}{3} \pi r^3$	dépend seulement du rayon r

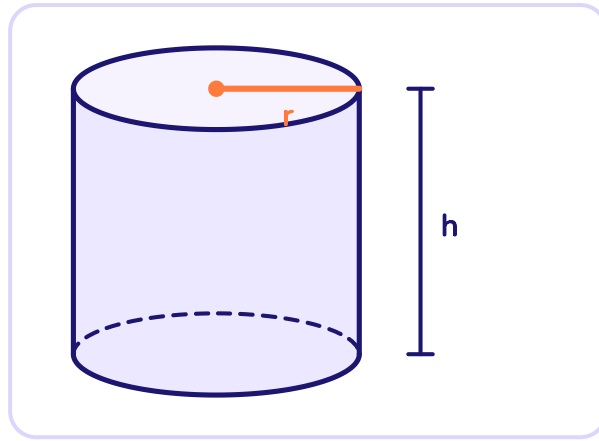
2. Volume du cylindre

P Volume d'un cylindre

Un cylindre de révolution de rayon r et de hauteur h a pour volume

$$V = \pi r^2 \times h = B \times h$$

où $B = \pi r^2$ est l'aire du disque de base.



Un cylindre se comporte comme un prisme : on empile des disques identiques les uns sur les autres. Le volume est donc l'aire d'un disque multipliée par le nombre de « couches », c'est-à-dire la hauteur.

E

Exemple 1

Un pot de crème cylindrique a un rayon de **3** cm et une hauteur de **12** cm. Calcule son volume.

$V = \pi \times 3^2 \times 12 = 108\pi \text{ cm}^3$. La valeur exacte est $108\pi \text{ cm}^3$; avec la calculatrice, $V \approx 339,3 \text{ cm}^3$ (arrondi au dixième).

⚠

Piège

Les formules utilisent le **rayon**. Si l'énoncé donne le diamètre, divise-le par **2** avant de calculer. Un diamètre de **10** cm donne $r = 5$ cm, donc $r^2 = 25$ et non **100**.

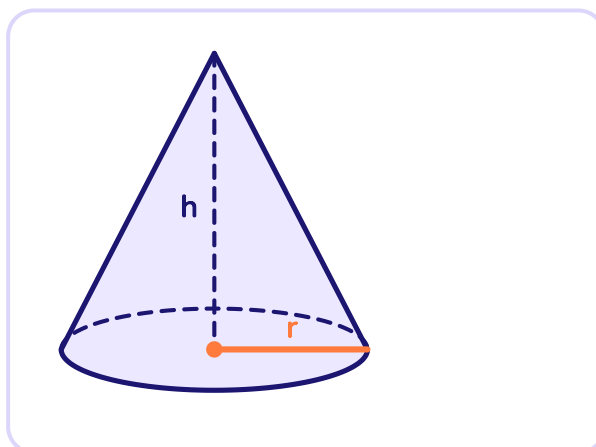
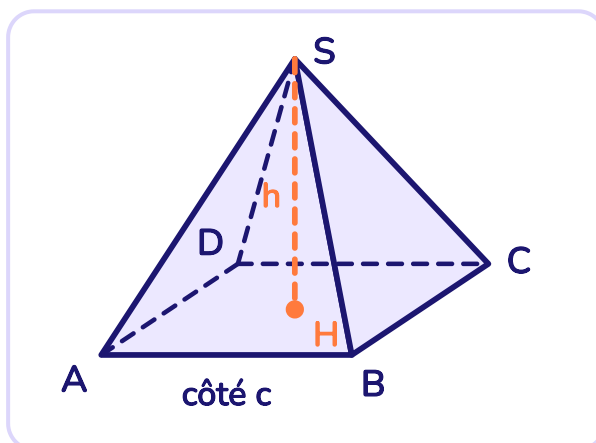
3. Volume de la pyramide et du cône

P Volume d'une pyramide ou d'un cône

Pour une pyramide, ou un cône, de hauteur h dont la base a pour aire B :

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h$$

Pour un cône de rayon r , la base est un disque et $B = \pi r^2$, donc $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.





Astuce de Zyro

Sur ma planète, on remplit une pyramide d'eau et on la verse dans un prisme de même base et de même hauteur : il faut exactement trois pyramides pour le remplir. Voilà pourquoi on prend le tiers !



Exemple 2 : pyramide

Une pyramide a pour base un rectangle de **5** cm sur **3** cm et pour hauteur **6** cm.

L'aire de la base est $B = 5 \times 3 = 15$ cm². Donc $V = \frac{1}{3} \times 15 \times 6 = 30$ cm³.



Exemple 3 : cône

Un cône a un rayon de base de **4** cm et une hauteur de **9** cm.

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 9 = \frac{1}{3} \times 144\pi = 48\pi \text{ cm}^3, \text{ soit environ } 150,8 \text{ cm}^3.$$



Piège

La hauteur est la distance du sommet à la base, mesurée à angle droit. Ce n'est **pas** la longueur d'une arête latérale (pyramide) ni celle d'une génératrice (cône), qui sont toujours plus longues.

4. Volume de la boule et aire de la sphère

D Sphère et boule

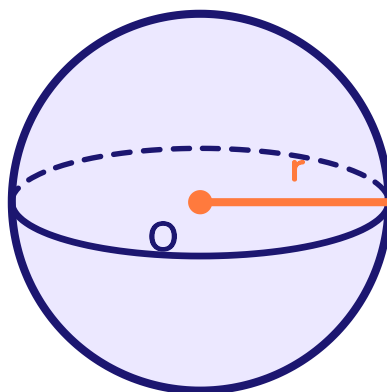
La **sphère** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points de l'espace situés à la distance r de O : c'est la « peau » du ballon. La **boule** est la sphère avec tout son intérieur.

P Formules

Pour une sphère (ou une boule) de rayon r :

$$\mathcal{A} = 4\pi r^2 \quad \text{et} \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

L'aire s'exprime en unités carrées (cm^2), le volume en unités cube (cm^3).



E**Exemple 4**

Une balle a un rayon de **6** cm. Calcule l'aire de sa surface et son volume.

$$\mathcal{A} = 4 \times \pi \times 6^2 = 144\pi \approx 452,4 \text{ cm}^2.$$

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = \frac{4}{3} \times 216\pi = 288\pi \approx 904,8 \text{ cm}^3.$$

**Piège**

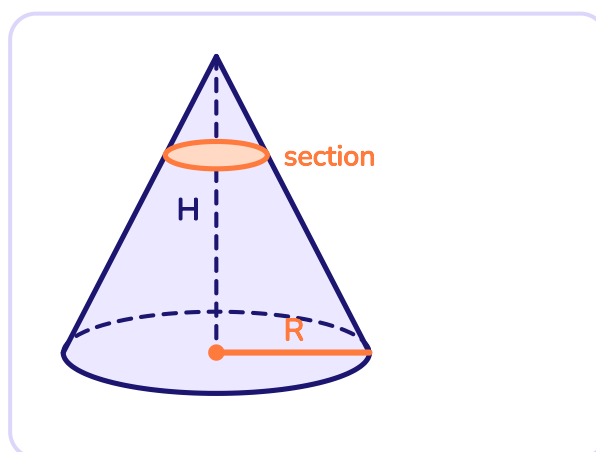
Dans le volume, le rayon est au **cube** (r^3) ; dans l'aire, il est au **carré** (r^2). Et là encore : si on te donne le diamètre, divise par **2**.

5. Sections de solides**D****Section**

La section d'un solide par un plan est la figure plane que l'on obtient en « tranchant » le solide avec ce plan, comme quand on coupe un fruit avec un couteau.

Solide	Plan de coupe	Section obtenue
Pavé droit	parallèle à une face	un rectangle identique à cette face
Cylindre	parallèle aux bases	un disque de même rayon que les bases
Cylindre	parallèle à l'axe	un rectangle
Pyramide	parallèle à la base	un polygone, réduction de la base
Cône	parallèle à la base	un disque, réduction du disque de base
Boule	n'importe quel plan	un disque (un grand disque si le plan passe par le centre)

Quand on coupe une pyramide ou un cône par un plan **parallèle à la base**, le petit solide qui contient le sommet est une **réduction** du solide de départ : il a exactement la même forme, en plus petit.



E**Exemple 5 : section d'une sphère**

Une sphère de centre O a un rayon de **10** cm. Un plan la coupe à **6** cm de O . Quel est le rayon de la section ?

Soit O' le centre de la section et M un point du cercle de section. Le triangle $OO'M$ est rectangle en O' , avec $OM = 10$ et $OO' = 6$. D'après le théorème de Pythagore, $O'M^2 = 10^2 - 6^2 = 64$, donc $O'M = 8$ cm.

6. Agrandissement et réduction**P****Effet sur les mesures**

Quand on agrandit ou réduit un solide avec un coefficient k ($k > 1$: agrandissement ; $0 < k < 1$: réduction) :

- les **longueurs** sont multipliées par k ;
- les **aires** sont multipliées par k^2 ;
- les **volumes** sont multipliés par k^3 .

E**Exemple 6**

Un bidon cylindrique contient **1,2** L. On fabrique un bidon trois fois plus grand dans toutes les directions ($k = 3$).

Son volume est multiplié par $3^3 = 27$: $1,2 \times 27 = 32,4$ L. Ses surfaces, elles, sont multipliées par $3^2 = 9$.

E Exemple 7 : retrouver le coefficient

Un solide de 500 cm^3 est réduit en un solide de 4 cm^3 . Le volume est multiplié par $\frac{4}{500} = \frac{1}{125}$. Comme $k^3 = \frac{1}{125}$, on a $k = \frac{1}{5}$: toutes les longueurs sont divisées par 5.

⚠ Piège

Doubler toutes les longueurs ne double pas le volume : il est multiplié par $2^3 = 8$. Ne multiplie jamais un volume par k tout seul.

7. Conversions d'unités de volume et de capacité

P Équivalences à connaître

$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$; $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$; $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$; $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$.

m^3	dm^3	cm^3
1	1 000	1 000 000
0,001	1	1 000
0,000001	0,001	1

Dans un tableau de conversion, chaque unité de volume occupe **trois colonnes** (une colonne pour chaque facteur **10**), alors qu'une unité de capacité n'en occupe qu'une. Le litre est au même niveau que le dm^3 .

M**Méthode**

1. Écris l'unité de départ en plaçant le chiffre des unités dans la bonne colonne.
2. Complète par des zéros pour que chaque unité de volume occupe trois colonnes.
3. Lis le nombre dans l'unité d'arrivée.

E**Exemple 8**

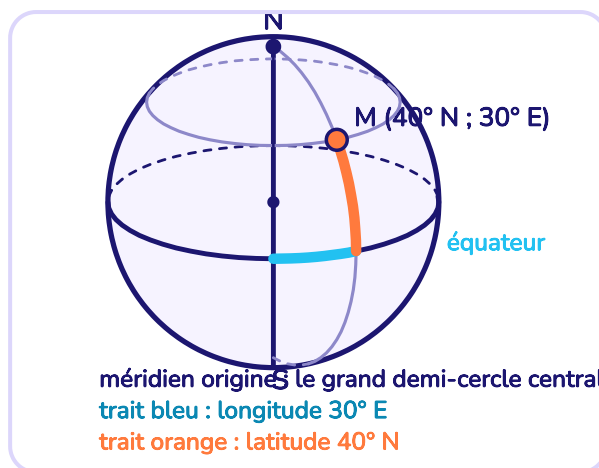
$$2,3 \text{ m}^3 = 2\,300 \text{ dm}^3 = 2\,300 \text{ L. Et } 450 \text{ cm}^3 = 0,45 \text{ dm}^3 = 0,45 \text{ L} = 45 \text{ cL.}$$

8. Se repérer sur une sphère

Sur la Terre, on repère un lieu avec deux nombres, comme on repère un point dans un plan avec deux coordonnées.

D**Vocabulaire du globe**

Les **pôles** Nord et Sud sont les extrémités de l'axe de rotation. L'**équateur** est le grand cercle situé à égale distance des pôles. Les **parallèles** sont les cercles parallèles à l'équateur ; les **méridiens** sont les demi-cercles qui joignent les deux pôles. Le **méridien origine** est celui qui passe par l'observatoire de Greenwich.



P Coordonnées géographiques

- La **latitude** est un angle de 0° à 90° mesuré depuis l'équateur, vers le Nord (N) ou vers le Sud (S). Elle indique le parallèle du point.
- La **longitude** est un angle de 0° à 180° mesuré depuis le méridien origine, vers l'Est (E) ou vers l'Ouest (O). Elle indique le méridien du point.

E Exemple 9

Le point M de la figure a pour coordonnées (40° N ; 30° E) : il est dans l'hémisphère Nord, à 40° de l'équateur, et à l'Est du méridien origine. Un point de coordonnées (40° S ; 30° E) est sur le même méridien que M ; un point (40° N ; 70° O) est sur le même parallèle.

Pour la longueur d'un parallèle, on se place dans un triangle rectangle : le parallèle de latitude φ est un cercle de rayon $R \times \cos \varphi$, où R est le rayon de la sphère. L'équateur ($\varphi = 0^\circ$) est donc un cercle de rayon R , de longueur $2\pi R$. Pour la Terre ($R \approx 6\,400 \text{ km}$), le parallèle de latitude 60° a un rayon de $6\,400 \times \frac{1}{2} = 3\,200 \text{ km}$, soit une longueur de $2\pi \times 3\,200 = 6\,400\pi \approx 20\,106 \text{ km}$: deux fois plus court que l'équateur.

À retenir

- Cylindre : $V = \pi r^2 h$. Pyramide : $V = \frac{1}{3} Bh$. Cône : $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.
- Boule : $V = \frac{4}{3} \pi r^3$; sphère : $\mathcal{A} = 4\pi r^2$. On utilise toujours le **rayon**.
- Un plan parallèle à la base coupe une pyramide ou un cône en une **réduction** de la base ; toute section d'une boule est un disque.
- Avec un coefficient k : longueurs $\times k$, aires $\times k^2$, volumes $\times k^3$.
- $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ L}$; $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$; $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$.
- Sur le globe : latitude (0° à 90° , N ou S) et longitude (0° à 180° , E ou O).

Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Zyro te conseille la suite

 Exercices de maths

 Contrôles de maths

Géométrie dans l'espace : exercices de maths 3ème

Géométrie dans l'espace : contrôle de maths 3ème

 **QCM de maths**

Géométrie dans l'espace : QCM de maths 3ème

 **Exercices de maths**

Statistiques : exercices de maths 3ème

 **Exercices de maths**

Probabilités : exercices de maths 3ème

 **Contrôles de maths**

Statistiques : contrôle de maths 3ème

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage