

Géométrie dans l'espace : cours de maths 2de à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Une boîte de céréales, un entonnoir, un ballon, le toit d'une maison : autour de toi, tout est en trois dimensions. En seconde, tu vas apprendre à **décrire** ces objets avec le vocabulaire exact, à les **dessiner** sur une feuille grâce à la perspective cavalière, à **calculer** leurs aires et leurs volumes, à les **couper** par un plan, et à **raisonner** sur les droites et les plans de l'espace sans jamais te fier à ton œil seul.

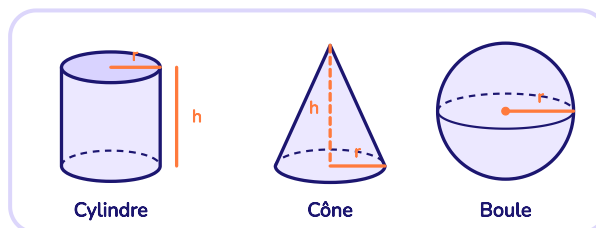
1. Les solides usuels

Un **polyèdre** est un solide dont toutes les faces sont des polygones plats. Ses côtés s'appellent les **arêtes** et ses coins les **sommets**. Voici les solides à connaître.

D

Solides usuels

- Le **pavé droit** (ou parallélépipède rectangle) : 6 faces rectangulaires ; le **cube** est un pavé dont toutes les faces sont des carrés.
- Le **prisme droit** : deux bases identiques et parallèles (des polygones), reliées par des faces latérales rectangulaires.
- La **pyramide** : une base polygonale et des faces latérales triangulaires qui se rejoignent en un sommet S . Sa **hauteur** est la distance de S au plan de la base.
- Le **cylindre de révolution** : deux disques parallèles de même rayon r reliés par une surface courbe ; sa hauteur est h .
- Le **cône de révolution** : un disque de rayon r , un sommet situé à la hauteur h au-dessus du centre du disque.
- La **boule** de centre O et de rayon r : tous les points situés à une distance de O inférieure ou égale à r . Sa surface est la **sphère**.



Pour les polyèdres, on peut compter faces, sommets et arêtes :

Solide	Sommets	Arêtes	Faces
Pavé droit	8	12	6
Prisme droit à base triangulaire	6	9	5
Pyramide à base carrée	5	8	5

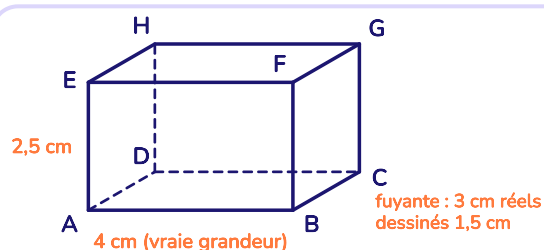
Dans chaque ligne, **sommets** – **arêtes** + **faces** = **2** : c'est un joli moyen de vérifier ton comptage.

2. La perspective cavalière

Pour dessiner un solide sur une feuille plane, on utilise la **perspective cavalière**.

D Perspective cavalière

On choisit une face « de face » (le plan frontal) que l'on dessine en **vraie grandeur**. Les arêtes qui partent vers l'arrière, appelées **fuyantes**, sont dessinées avec un **angle de fuite** fixé (par exemple 30°) et un **coefficient de réduction k** (par exemple $k = \frac{1}{2}$). Les arêtes cachées sont tracées en pointillés.



P Ce que la perspective cavalière conserve

Le parallélisme, l'alignement, les milieux et les rapports de longueurs sur une même droite (ou sur des droites parallèles). Elle ne conserve **ni** les longueurs des fuyantes (multipliées par k), **ni** les angles, **ni** les aires, sauf dans les faces frontales.

E**Exemple 1 : lire un dessin en perspective cavalière**

Un pavé droit mesure **4** cm de large, **3** cm de profondeur et **2,5** cm de haut. On le dessine avec $k = \frac{1}{2}$ et un angle de fuite de **30°**.

Les arêtes de la face avant (**4** cm et **2,5** cm) gardent leur longueur. Chaque arête fuyante, qui mesure **3** cm en réalité, est tracée avec $3 \times \frac{1}{2} = 1,5$ cm, inclinée de **30°** par rapport à l'horizontale. Réciproquement, une fuyante dessinée sur **2** cm représente $2 \div \frac{1}{2} = 4$ cm.

!**Astuce de Zyro**

Sur ma planète, on dessine tout avec un seul œil ouvert ! Retiens : sur le papier, un angle droit peut ressembler à un angle de **60°** ou de **120°**. Pour raisonner, ne mesure jamais un angle sur un dessin en perspective : appuie-toi sur les propriétés du solide.

3. Aires et volumes

Voici les formules à connaître. Les lettres **a**, **b**, **c** désignent des arêtes, **B** l'aire d'une base, **h** une hauteur, **r** un rayon.

Solide	Volume	Aire
Pavé droit $a \times b \times c$	$V = a b c$	$\mathcal{A} = 2(ab + ac + bc)$
Cube d'arête a	$V = a^3$	$\mathcal{A} = 6a^2$
Prisme droit, cylindre	$V = B \times h$	aire latérale : périmètre de la base $\times h$ (cylindre : $2\pi r h$)
Pyramide, cône	$V = \frac{1}{3} \times B \times h$	–
Boule de rayon r	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$	sphère : $\mathcal{A} = 4\pi r^2$

Attention aux **unités** : $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$, $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$ et $1 \text{ L} = 1\,000 \text{ cm}^3$. Une aire s'exprime en unité au carré, un volume en unité au cube.

E Exemple 2 : un volume en litres

Un pot cylindrique a un rayon de **6** cm et une hauteur de **15** cm. Quelle est sa contenance ?

La base est un disque d'aire $B = \pi \times 6^2 = 36\pi \text{ cm}^2$. Donc

$V = B \times h = 36\pi \times 15 = 540\pi \approx 1\,696,46 \text{ cm}^3$, soit environ **1,7** L.

4. Agrandissement et réduction

P

Effet d'un rapport k

Si on agrandit ou réduit un solide dans le rapport $k > 0$, alors les longueurs sont multipliées par k , les aires par k^2 et les volumes par k^3 .

Ainsi, un solide deux fois plus long, plus large et plus haut a un volume $2^3 = 8$ fois plus grand. Cette propriété est la clé des sections de pyramides et de cônes, que l'on rencontre juste après.

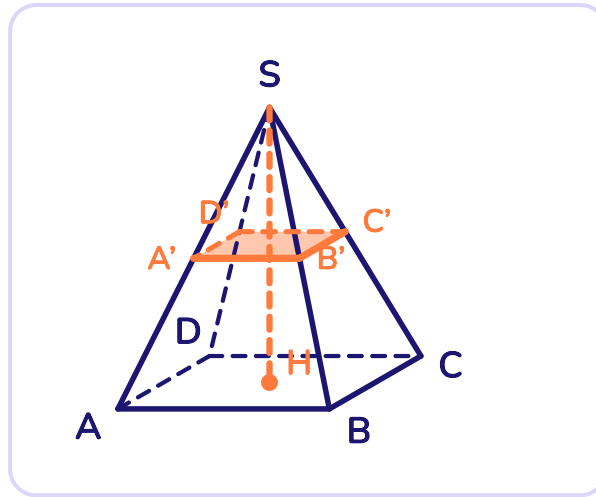
5. Sections planes d'un solide

La **section** d'un solide par un plan est la figure plane formée par les points du solide qui appartiennent à ce plan.

P

Sections à connaître

- **Pavé ou cube** coupé par un plan parallèle à une face : un rectangle identique à cette face. Coupé par un plan parallèle à une arête : un rectangle.
- **Cylindre de révolution** : un disque si le plan est perpendiculaire à l'axe, un rectangle si le plan est parallèle à l'axe.
- **Pyramide ou cône** coupé par un plan parallèle à la base : une figure de même forme que la base, **réduite** dans le rapport $k = \frac{SA'}{SA}$.
- **Boule** : un disque pour tout plan qui la coupe en plus d'un point (un plan tangent ne la touche qu'en un seul point).



E Exemple 3 : section d'une pyramide

La pyramide $SABCD$ a pour base un carré de côté 9 cm et pour hauteur 12 cm . Un plan parallèle à la base coupe la hauteur à 4 cm du sommet S .

Le rapport de réduction est $k = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. La section est un carré de côté $9 \times \frac{1}{3} = 3\text{ cm}$, donc d'aire 9 cm^2 . La petite pyramide a pour volume $\frac{1}{3} \times 9 \times 4 = 12\text{ cm}^3$, soit $\frac{1}{27}$ du volume de la grande, comme le prévoit $k^3 = \frac{1}{27}$.

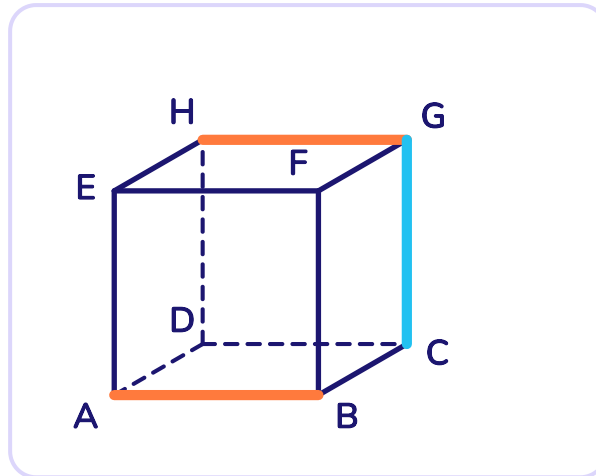
I 6. Droites et plans : positions relatives

P Déterminer un plan

Un plan est entièrement déterminé par : trois points non alignés, ou une droite et un point extérieur, ou deux droites sécantes, ou deux droites parallèles distinctes.

- **Deux droites** sont soit **coplanaires** (sécantes, parallèles ou confondues), soit **non coplanaires** : elles n'ont alors aucun point commun et ne sont pas parallèles.
- **Une droite et un plan** : la droite est **contenue** dans le plan, ou **sécante** (un seul point commun), ou **parallèle** (aucun point commun).

- Deux plans : **parallèles** (confondus ou sans point commun) ou **sécants** suivant une droite.



Piège

Dans le plan, deux droites sans point commun sont parallèles. **Dans l'espace, c'est faux** : sur le cube, les droites (AB) et (CG) n'ont aucun point commun, mais elles ne sont pas parallèles puisqu'elles ne sont pas coplanaires.

7. Parallélisme dans l'espace



Propriétés de parallélisme

1. Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
2. Si une droite d (non contenue dans un plan P) est parallèle à une droite de P , alors d est parallèle à P .
3. Si deux droites sécantes d'un plan P sont parallèles à deux droites d'un plan Q , alors P et Q sont parallèles.
4. Si deux plans P et Q sont parallèles, tout plan qui coupe P coupe aussi Q , et les deux droites d'intersection sont **parallèles**.

M**Démontrer qu'une droite est parallèle à un plan**

1. Cherche, dans le plan, une droite qui semble parallèle à la droite donnée.
2. Justifie ce parallélisme (côtés opposés d'un parallélogramme, droite des milieux, propriété 1...).
3. Vérifie que la droite donnée n'est pas contenue dans le plan.
4. Conclut avec la propriété 2.

E**Exemple 4 : une droite parallèle à un plan**

Dans le cube $ABCDEFGH$, montre que (EG) est parallèle au plan $(ABCD)$.

Le quadrilatère $ACGE$ est un rectangle : ses côtés opposés $[AC]$ et $[EG]$ sont donc parallèles. La droite (AC) est contenue dans le plan $(ABCD)$, et (EG) n'y est pas contenue (elle est dans le plan de la face supérieure). D'après la propriété 2, (EG) est parallèle au plan $(ABCD)$.

À retenir

- Pavé, prisme, pyramide, cylindre, cône et boule : savoir les nommer et compter faces, arêtes et sommets.
- En perspective cavalière, la face de face est en vraie grandeur ; les fuyantes sont réduites ; parallélisme et milieux sont conservés, pas les angles.
- $V = B \times h$ (prisme, cylindre), $V = \frac{1}{3}Bh$ (pyramide, cône), $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ (boule), $\mathcal{A} = 4\pi r^2$ (sphère).
- Rapport k : longueurs $\times k$, aires $\times k^2$, volumes $\times k^3$.
- Une section parallèle à la base d'une pyramide ou d'un cône est une réduction de la base.
- Dans l'espace, deux droites sans point commun ne sont pas forcément parallèles.
- Deux plans parallèles coupés par un troisième : les intersections sont deux droites parallèles.

Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

  **Zyro te conseille la suite**

 Exercices de maths

Géométrie dans l'espace : exercices de maths 2de

 Contrôles de maths

Géométrie dans l'espace : contrôle de maths 2de

 QCM de maths

Géométrie dans l'espace : QCM de maths 2de

 Exercices de maths

Statistiques descriptives : exercices de maths 2de

 Exercices de maths

Probabilités et échantillonnage : exercices de maths 2de

 Contrôles de maths

Statistiques descriptives : contrôle de maths 2de

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage