

Géométrie dans l'espace : exercices corrigés de maths Terminale à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Coordonnées, norme et milieu



a. $\overrightarrow{AB}(5 - 2; 1 - (-3); -2 - 1) = (3; 4; -3).$

b. $AB^2 = 9 + 16 + 9 = 34$, donc $AB = \sqrt{34} \approx 5,83.$

c. $I\left(\frac{2+5}{2}; \frac{-3+1}{2}; \frac{1-2}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}; -1; -\frac{1}{2}\right).$

2 Vecteurs colinéaires ?



On cherche k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$: la première coordonnée donne $k = -\frac{3}{2}$. Alors

$-\frac{3}{2} \times (-4) = 6$ et $-\frac{3}{2} \times 6 = -9$: les trois coordonnées conviennent, donc $\vec{v} = -\frac{3}{2}\vec{u}$ et $\vec{u}, \vec{v}$ sont colinéaires.

Pour $\vec{w} = k\vec{u}$: $k = \frac{1}{2}$ avec x et avec y ($-4 \times \frac{1}{2} = -2$), mais $6 \times \frac{1}{2} = 3 \neq 4$. Donc $\vec{u}$ et $\vec{w}$ ne sont pas colinéaires.

3 Produits scalaires



a. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \times 1 + (-1) \times 4 + 2 \times (-2) = 3 - 4 - 4 = -5$.

b. $\|\vec{u}\|^2 = 9 + 1 + 4 = 14$.

c. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4k - 6 - 10 = 4k - 16$. Il est nul si et seulement si $k = 4$.

4 Représentation paramétrique d'une droite



a. $d : x = 1 + 2t, y = -2 + 3t, z = 4 - t$ avec $t \in \mathbb{R}$.

b. Pour $B : 1 + 2t = 5$ donne $t = 2$, puis $y = -2 + 6 = 4$ et $z = 4 - 2 = 2$. Les trois coordonnées conviennent : $B \in d$.

Pour $C : 1 + 2t = 0$ donne $t = -\frac{1}{2}$, puis $y = -2 - \frac{3}{2} = -\frac{7}{2} \neq 0$. Donc $C \notin d$.

5 Équation d'un plan avec un point et une normale



a. P a une équation de la forme $x + 4y - 2z + d = 0$. Avec $A : 2 - 4 - 6 + d = 0$, donc $d = 8$ et $P : x + 4y - 2z + 8 = 0$.

b. Pour $B : 0 - 8 - 0 + 8 = 0$, donc $B \in P$.

Pour $C : 1 + 4 - 2 + 8 = 11 \neq 0$, donc $C \notin P$.

6 Vrai ou faux ?



- a. Faux : $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ ne sont pas coplanaires (aucun n'est combinaison des deux autres).
- b. Faux : $\vec{i}(1; 0; 0)$ et $\vec{j}(0; 1; 0)$ sont non nuls, et $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$.
- c. Vrai : les normaux $(1; 1; 1)$ et $(2; 2; 2)$ sont colinéaires. Le point $(1; 0; 0)$ est dans le premier plan, mais $2 - 5 = -3 \neq 0$: il n'est pas dans le second. Les plans sont donc distincts et parallèles.

7 Distance d'un point à un plan



$$2 \times 4 + 3 \times (-1) + 6 \times 1 - 1 = 8 - 3 + 6 - 1 = 10 \text{ et } \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = \sqrt{49} = 7.$$

$$\text{Donc } d(M, P) = \frac{10}{7} \approx 1,43.$$

8 Dans un cube



a. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$.

b. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, donc $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$. Comme $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE}$ ne sont pas colinéaires, $\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}$ sont coplanaires : les points A, C, G, E le sont aussi.

c. Non. Si $\overrightarrow{AG} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$, alors

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = (a - 1)\overrightarrow{AB} + (b - 1)\overrightarrow{AD}, \text{ ce qui rendrait } \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE} \text{ coplanaires : contradiction.}$$

9 Quatre points coplanaires



- a. $\overrightarrow{AB}(1; 2; 1)$ et $\overrightarrow{AC}(-1; 1; 2)$. Si $\overrightarrow{AC} = \lambda \overrightarrow{AB}$, alors $\lambda = -1$ avec x , mais $1 \neq -2$ pour y : non colinéaires.
- b. $\overrightarrow{AD}(1; 5; k) = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$ donne $a - b = 1$, $2a + b = 5$ et $a + 2b = k$. Les deux premières équations donnent $3a = 6$, soit $a = 2$ et $b = 1$. Alors $k = a + 2b = 4$.

10 Droite et plans de coordonnées



- a. $\overrightarrow{AB}(2; -2; 1)$, donc $x = 2 + 2t$, $y = 1 - 2t$, $z = -3 + t$.
- b. $z = 0$ donne $t = 3$, d'où $(8; -5; 0)$.
 $x = 0$ donne $t = -1$, d'où $y = 3$ et $z = -4$: le point $(0; 3; -4)$.

11 Un triangle rectangle dans l'espace



- a. $\overrightarrow{AB}(2; 2; 1)$, $\overrightarrow{AC}(2; -1; -2)$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 - 2 - 2 = 0$: le triangle est rectangle en A .
- b. $AB = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$, $AC = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3$, $BC = \sqrt{0 + 9 + 9} = 3\sqrt{2}$ (on retrouve $AB^2 + AC^2 = 18 = BC^2$). L'aire vaut $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$.

12 Plan passant par trois points



- a. $\overrightarrow{AB}(1; 2; -1), \overrightarrow{AC}(2; -1; 1)$. Avec $\vec{n}(a; b; c) : a + 2b - c = 0$ et $2a - b + c = 0$. En additionnant : $3a + b = 0$, donc $b = -3a$ et $c = a + 2b = -5a$.
Pour $a = 1 : \vec{n}(1; -3; -5)$.
- b. $x - 3y - 5z + d = 0$. Avec $A : -3 - 10 + d = 0$, d'où $d = 13$:
 $x - 3y - 5z + 13 = 0$. Contrôles : B donne $1 - 9 - 5 + 13 = 0$, C donne $2 - 0 - 15 + 13 = 0$.
- c. $4 + 3 - 20 + 13 = 0 : D$ est dans le plan.

13 Droite et plan : trois cas



Un vecteur directeur de d est $\vec{u}(1; -1; 1)$ et le point $A(-1; 2; 1)$ est sur d .

$P_1 : \vec{n}_1(2; 1; -1)$ et $\vec{u} \cdot \vec{n}_1 = 2 - 1 - 1 = 0$. Avec $A : -2 + 2 - 1 + 1 = 0$, donc d est incluse dans P_1 .

P_2 : même normal, donc $\vec{u} \cdot \vec{n}_2 = 0$, mais $-2 + 2 - 1 + 4 = 3 \neq 0 : d$ est strictement parallèle à P_2 .

$P_3 : \vec{u} \cdot \vec{n}_3 = 1 - 1 + 1 = 1 \neq 0$: sécants. On remplace :
 $(-1 + t) + (2 - t) + (1 + t) - 5 = t - 3 = 0$, donc $t = 3$ et le point d'intersection est $(2; -1; 4)$.

14 Plans parallèles ou perpendiculaires



- a. $\vec{n}_Q(2; -4; 2) = 2\vec{n}_P$: les plans sont parallèles. Le point $(3; 0; 0)$ est dans P mais $6 + 1 = 7 \neq 0$: il n'est pas dans Q . Les plans sont donc strictement parallèles.
- b. $\vec{n}_P(1; -2; 1)$ et $\vec{n}_S(1; 1; 1)$ ne sont pas colinéaires : les plans sont sécants. De plus $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_S = 1 - 2 + 1 = 0$: les normaux sont orthogonaux, donc les plans sont perpendiculaires.

15 Un drone devant un mur

★★★

- a. $4 \times 10 + 3 \times 12 - 60 = 16$ et $\sqrt{16 + 9 + 0} = 5 : d(M, P) = \frac{16}{5} = 3,2$ m. La droite (MH) a pour direction $\vec{n}(4; 3; 0) : x = 10 + 4s, y = 12 + 3s, z = 25$. Dans $P : 4(10 + 4s) + 3(12 + 3s) - 60 = 16 + 25s = 0$, donc $s = -\frac{16}{25}$ et $H(7,44; 10,08; 25)$.
- b. Trajectoire : $x = 10 + t, y = 12 - 2t, z = 25 - t$. Dans $P :$
 $4(10 + t) + 3(12 - 2t) - 60 = 16 - 2t = 0$, donc $t = 8$ et le point d'impact est $(18; -4; 17)$. La distance parcourue est $8\|\vec{u}\| = 8\sqrt{6} \approx 19,6$ m.

16 Un tétraèdre et son volume

★★★

- a. $A : 6 - 6 = 0 ; B : 6 - 6 = 0 ; C : 6 - 6 = 0$. Les trois points vérifient l'équation d'un plan, et ils ne sont pas alignés : c'est bien (ABC) .
- b. $d(O, (ABC)) = \frac{|-6|}{\sqrt{1+4+9}} = \frac{6}{\sqrt{14}} = \frac{3\sqrt{14}}{7} \approx 1,60$.
- c. L'aire de OAB vaut $\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$, donc $V = \frac{1}{3} \times 9 \times 2 = 6$. Alors
 $\text{aire}(ABC) = \frac{3V}{d} = \frac{18}{6/\sqrt{14}} = 3\sqrt{14} \approx 11,22$.

17 Projeté orthogonal et symétrie

★★★

- a. $3 - 2 + 2 + 3 = 6$ et $\sqrt{1 + 4 + 4} = 3$, donc $d(M, P) = 2$.
- b. $(MH) : x = 3 + t, y = 1 - 2t, z = 1 + 2t$. Dans $P :$
 $(3 + t) - 2(1 - 2t) + 2(1 + 2t) + 3 = 9t + 6 = 0$, donc $t = -\frac{2}{3}$ et
 $H\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.
- c. H est le milieu de $[MM']$, donc $M' = 2H - M = \left(\frac{5}{3}; \frac{11}{3}; -\frac{5}{3}\right)$.

18 Distance entre deux plans parallèles



a. Les normaux sont identiques, et $\Omega(0; 0; 3)$ est dans P ($3 - 3 = 0$) mais pas dans Q ($3 + 6 = 9 \neq 0$).

b.
$$d(\Omega, Q) = \frac{|3 + 6|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{9}{3} = 3.$$

c. Un plan $R : 2x - 2y + z + c = 0$ est à la distance $\frac{|3 + c|}{3}$ de P . Elle vaut 3 si $c = 6$ (c'est Q) ou $c = -12$. Le plan cherché est $2x - 2y + z - 12 = 0$.

19 Intersection de deux plans



a. Les normaux $(1; 1; -1)$ et $(2; -1; 1)$ ne sont pas colinéaires : les plans sont sécants. En additionnant les équations : $3x - 6 = 0$, soit $x = 2$. Alors $y - z = -1$.

Avec $z = t$: $\Delta : x = 2, y = -1 + t, z = t$. (Contrôle avec Q :

$$4 - (-1 + t) + t - 5 = 0.)$$

b. Le vecteur directeur $\vec{w}(0; 1; 1)$ vérifie $\vec{w} \cdot \vec{n}_P = 0 + 1 - 1 = 0$ et

$$\vec{w} \cdot \vec{n}_Q = 0 - 1 + 1 = 0.$$

c. On injecte Δ dans $R : 2 + (-1 + t) + 2t - 7 = 3t - 6 = 0$, donc $t = 2$ et le point est $(2; 1; 2)$.

20 Un cube coupé en trois



- a. $\overrightarrow{AG}(1; 1; 1)$, $\overrightarrow{BD}(-1; 1; 0)$ et $\overrightarrow{BE}(-1; 0; 1)$ sont non colinéaires, et $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$, $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BE} = 0$: $\overrightarrow{AG}$ est normal à (BDE) . De même $\overrightarrow{CF}(0; -1; 1)$, $\overrightarrow{CH}(-1; 0; 1)$ donnent $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{CF} = 0$ et $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{CH} = 0$.
- b. $(BDE) : x + y + z + d = 0$ avec $B : 1 + d = 0$, soit $x + y + z - 1 = 0$.
 $(CFH) : x + y + z - 2 = 0$ (avec $C : 2 + d = 0$).
- c. $(AG) : x = y = z = t$. Dans $(BDE) : 3t = 1$, donc $K \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right)$. Dans $(CFH) : 3t = 2$, donc $L \left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right)$. Les points A, K, L, G correspondent aux paramètres $0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$, régulièrement espacés, et $AG = \sqrt{3} : AK = KL = LG = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de Terminale

Changer de niveau

Niveau : Terminale

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi

 Zyro te conseille la suite

 Exercices de maths

Géométrie dans l'espace : exercices de maths Terminale

 QCM de maths

Géométrie dans l'espace : QCM de maths Terminale

 Contrôles de maths

Géométrie dans l'espace : contrôle de maths Terminale

 Exercices de maths

Combinatoire et dénombrement : exercices de maths Terminale

 Exercices de maths

 QCM de maths

Probabilités conditionnelles et
indépendance : exercices de maths
Terminale

Combinatoire et dénombrement : QCM
de maths Terminale

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage