

# Généralités sur les fonctions : cours de maths 2de à télécharger en PDF



## Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

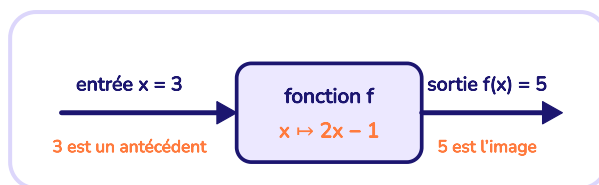
Le prix d'une course en taxi dépend de la distance, la hauteur d'un ballon dépend du temps écoulé, l'aire d'un enclos dépend de la longueur de son côté. Chaque fois qu'une grandeur est fixée de façon précise par une autre, on parle de **fonction**. Dans ce chapitre, tu apprends à manier le vocabulaire (image, antécédent, ensemble de définition), à calculer avec une formule, à lire une courbe et à résoudre des équations et des inéquations avec un graphique.

## 1. Notion de fonction

D

### Fonction

Une **fonction**  $f$  définie sur un ensemble  $D$  de nombres réels associe à chaque nombre  $x$  de  $D$  un **seul** nombre, noté  $f(x)$ . On écrit  $f : x \mapsto f(x)$ . Le nombre  $x$  est la **variable**, et  $f(x)$  se lit «  $f$  de  $x$  ».



On peut imaginer une machine : on y glisse un nombre, elle applique toujours la même règle et rend un unique résultat. Ici la règle est « multiplier par 2 puis retirer 1 » :  $f(x) = 2x - 1$ . Si  $x = 3$ , alors  $f(3) = 2 \times 3 - 1 = 5$ .



### Un seul résultat

Pour une même entrée, la machine ne peut jamais rendre deux sorties différentes. C'est ce qui distingue une fonction d'une simple relation. En revanche, deux entrées différentes peuvent donner la même sortie.

## 2. Image et antécédent



### Image et antécédent

Soit  $f$  une fonction. Si  $f(a) = b$ , on dit que  $b$  est l'**image** de  $a$  par  $f$ , et que  $a$  est un **antécédent** de  $b$  par  $f$ .

Un nombre de l'ensemble de définition a **exactement une** image. Au contraire, un nombre  $b$  peut avoir zéro, un, deux antécédents, ou davantage. Avec  $f(x) = x^2$  : le nombre **9** a deux antécédents, **3** et **-3**, le nombre **0** en a un seul, et le nombre **-4** n'en a aucun, car un carré n'est jamais négatif.



Ne mélange pas

«  $f(5) = 12$  » signifie que **12** est l'image de **5** et que **5** est un antécédent de **12**.

L'antécédent est ce qu'on met dans la machine, l'image est ce qui en sort.

### 3. Fonctions définies par une formule

Souvent, une fonction est donnée par une expression de  $x$ , par exemple  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ .



Méthode

1. **Image de  $a$**  : on remplace  $x$  par  $a$  dans la formule et on calcule.

2. **Antécédents de  $b$**  : on résout l'équation  $f(x) = b$  d'inconnue  $x$ .



Exemple 1

Pour  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ , on calcule  $f(3) = 2 \times 9 - 9 + 1 = 10$  et

$f(-1) = 2 + 3 + 1 = 6$ . Les antécédents de **0** sont les solutions de

$2x^2 - 3x + 1 = 0$ . Or  $2x^2 - 3x + 1 = (2x - 1)(x - 1)$ , donc  $x = \frac{1}{2}$  ou  $x = 1$ . Le nombre **0** a deux antécédents :  $\frac{1}{2}$  et **1**.

### 4. Tableau de valeurs

Pour se faire une idée du comportement d'une fonction, on calcule des images de plusieurs nombres et on les range dans un **tableau de valeurs** (la calculatrice ou un tableur le fait très bien).

Pour  $f(x) = x^2 - 2x - 1$  :

| $x$    | -2 | -1 | 0  | 1  | 2  | 3 | 4 |
|--------|----|----|----|----|----|---|---|
| $f(x)$ | 7  | 2  | -1 | -2 | -1 | 2 | 7 |

On lit par exemple  $f(0) = -1$ , et on voit que 2 a deux antécédents, -1 et 3. Mais un tableau ne donne que **quelques** valeurs : entre deux colonnes, il ne dit rien. Il faut une courbe ou un calcul pour tout savoir.

## 5. Ensemble de définition

### D Ensemble de définition

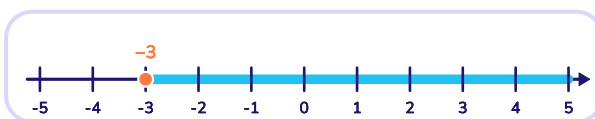
L'**ensemble de définition** d'une fonction  $f$ , noté  $D_f$ , est l'ensemble de tous les nombres  $x$  pour lesquels  $f(x)$  existe.

Avec une formule, deux interdictions à connaître : on ne **divise jamais par 0**, et on ne prend la **racine carrée que d'un nombre positif ou nul**. Dans un problème concret, le contexte impose aussi des limites (une longueur est positive).

### E Exemple 2

Pour  $f(x) = \frac{3}{x-2}$ , il faut  $x - 2 \neq 0$ , donc  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$  (tous les réels sauf 2).

Pour  $g(x) = \sqrt{x+3}$ , il faut  $x + 3 \geq 0$ , c'est-à-dire  $x \geq -3$ , donc  $D_g = [-3; +\infty[$ .



Sur la droite graduée, la partie colorée représente  $D_g$  : le crochet est fermé en  $-3$  car  $-3$  est bien dans l'ensemble ( $g(-3) = 0$ ), et il est ouvert vers  $+\infty$  car l'infini n'est jamais un nombre.

## 6. Courbe représentative

### D Courbe représentative

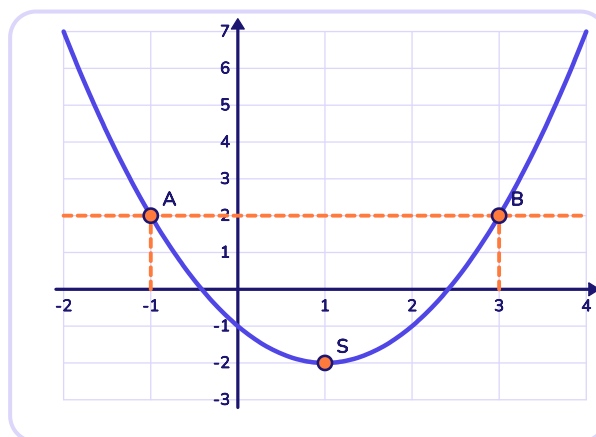
Dans un repère, la **courbe représentative**  $\mathcal{C}_f$  de  $f$  est l'ensemble des points  $M(x; f(x))$  où  $x$  parcourt  $D_f$ .

### P Appartenance

Un point  $M(a; b)$  appartient à  $\mathcal{C}_f$  si et seulement si  $a$  est dans  $D_f$  et  $b = f(a)$ .

### E Exemple 3

Pour  $f(x) = x^2 - 2x - 1$ , le point  $B(3; 2)$  est sur la courbe car  $f(3) = 9 - 6 - 1 = 2$ . Le point  $C(2; 0)$  n'y est pas car  $f(2) = -1 \neq 0$ .



Pour lire l'**image** d'un nombre  $a$  : on part de  $a$  sur l'axe des abscisses, on monte ou on descend jusqu'à la courbe, puis on lit l'ordonnée. Pour trouver les **antécédents** d'un nombre  $b$  : on part de  $b$  sur l'axe des ordonnées, on trace l'horizontale, et on lit les abscisses de tous les points de la courbe qu'elle rencontre.

## 7. Résolution graphique

P

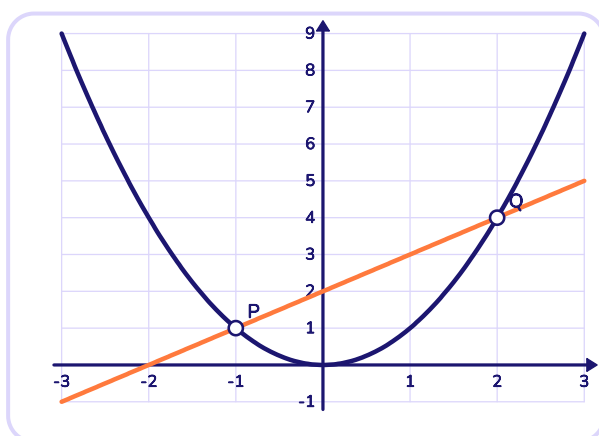
### Lecture des équations et inéquations

- Les solutions de  $f(x) = k$  sont les **abscisses** des points d'intersection de  $\mathcal{C}_f$  et de la droite horizontale d'équation  $y = k$ .
- Les solutions de  $f(x) \leq k$  sont les abscisses des points de la courbe situés **sur ou sous** cette droite.
- Les solutions de  $f(x) = g(x)$  sont les abscisses des points d'intersection de  $\mathcal{C}_f$  et de  $\mathcal{C}_g$ .

E

### Exemple 4

Sur la courbe de  $f(x) = x^2 - 2x - 1$  tracée plus haut, la droite  $y = 2$  coupe la courbe en  $A$  et  $B$ , d'abscisses  $-1$  et  $3$ . Donc l'équation  $f(x) = 2$  a pour ensemble de solutions  $S = \{-1; 3\}$ . La courbe est sous la droite entre ces deux points :  $f(x) \leq 2$  pour  $x \in [-1; 3]$ .



**E****Exemple 5**

Les courbes de  $f(x) = x^2$  (en bleu) et de  $g(x) = x + 2$  (en orange) se coupent en  $P(-1; 1)$  et  $Q(2; 4)$ . Donc  $f(x) = g(x)$  a pour solutions  $-1$  et  $2$ . La parabole est sous la droite pour  $x$  entre  $-1$  et  $2$  :  $f(x) < g(x)$  sur  $] -1; 2[$ .

**!****Astuce de Zyro**

Sur Terre comme sur ma planète, une lecture graphique donne souvent des valeurs approchées. Quand les nombres paraissent « ronds », vérifie-les par le calcul : remplace  $x$  dans la formule pour être sûr du résultat !

**À retenir**

- Une fonction associe à chaque  $x$  de son ensemble de définition **un unique** nombre  $f(x)$ , appelé image de  $x$ .
- Si  $f(a) = b$ , alors  $b$  est l'image de  $a$  et  $a$  est un antécédent de  $b$ . Un nombre peut avoir plusieurs antécédents, mais une seule image.
- Pour une image, on remplace  $x$  ; pour des antécédents, on résout  $f(x) = b$ .
- Ensemble de définition : pas de division par  $0$ , pas de racine carrée d'un nombre négatif.
- $M(a; b) \in \mathcal{C}_f$  si et seulement si  $b = f(a)$ .
- Graphiquement,  $f(x) = k$  se lit sur l'horizontale  $y = k$ , et  $f(x) = g(x)$  à l'intersection des deux courbes.

## Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

### Zyro te conseille la suite

#### Exercices de maths

Généralités sur les fonctions : exercices de maths 2de

#### Contrôles de maths

Généralités sur les fonctions : contrôle de maths 2de

#### QCM de maths

Généralités sur les fonctions : QCM de maths 2de

#### Exercices de maths

Variations et extremums : exercices de maths 2de

 **Exercices de maths**

Fonctions de référence : exercices de maths 2de

 **Contrôles de maths**

Variations et extremums : contrôle de maths 2de

**Zyro vous emmène sur nos sites partenaires**

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage