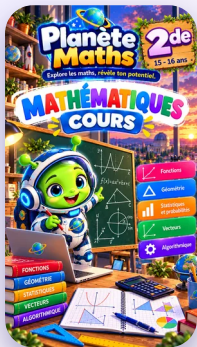


Fonctions de référence : cours de maths 2de à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Le prix d'un forfait, l'aire d'un terrain, le temps d'un trajet, la hauteur d'un ballon : derrière ces situations se cachent quelques fonctions « modèles » que l'on retrouve partout. Les connaître sur le bout des doigts — leur courbe, leur sens de variation, leurs symétries — te permet de raisonner vite et juste sur n'importe quelle fonction plus compliquée. Dans ce chapitre, tu apprends à les **reconnaître**, à les **comparer** et à les **combiner**.

1. Les fonctions affines

D

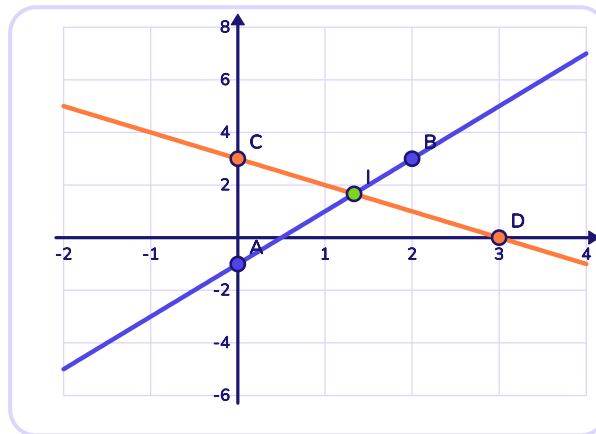
Fonction affine

Une fonction affine est une fonction de la forme $f(x) = ax + b$, où a et b sont deux nombres réels fixés. Elle est définie sur $\mathbb{R}$. Sa courbe est une **droite** : a est son **coefficient directeur** (sa pente) et b son **ordonnée à l'origine**, car $f(0) = b$.

P**Variations**

Si $a > 0$, f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$; si $a < 0$, elle est strictement décroissante ; si $a = 0$, elle est constante. Pour deux réels distincts x_1 et x_2 :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}.$$



Sur la figure, la droite violette a pour équation $y = 2x - 1$: elle monte de **2** unités quand x augmente de **1**. La droite orange, $y = -x + 3$, descend d'une unité chaque fois que x augmente de **1**. Elles se coupent en I , car $2x - 1 = -x + 3$ donne $x = \frac{4}{3}$.

E**Exemple 1 : retrouver une fonction affine**

Une fonction affine f vérifie $f(1) = 5$ et $f(4) = -1$. Détermine $f(x)$.

Coefficient directeur : $a = \frac{-1 - 5}{4 - 1} = \frac{-6}{3} = -2$. Ensuite $f(1) = -2 \times 1 + b = 5$, donc $b = 7$. Ainsi $f(x) = -2x + 7$. Vérification : $f(4) = -8 + 7 = -1$. ✓

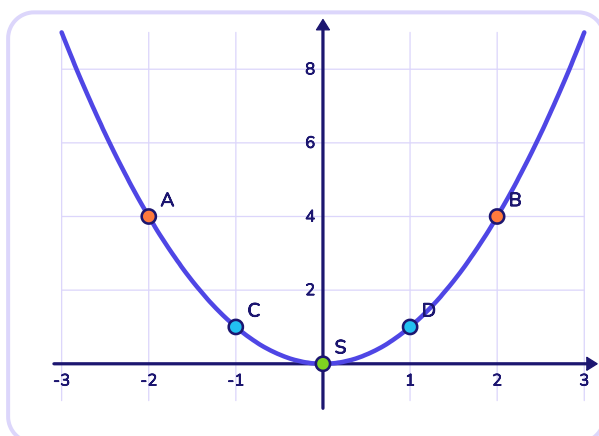
2. La fonction carré

D Fonction carré

La fonction carré est définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto x^2$. Elle est **décroissante** sur $] -\infty ; 0]$, **croissante** sur $[0 ; +\infty[$, et son minimum vaut **0**, atteint en $x = 0$. Sa courbe est une **parabole** de sommet O .

 x $-\infty$

0

 $+\infty$ x^2 **décroît** ↘**0****croît** ↗

Deux nombres opposés ont le même carré : $(-2)^2 = 2^2 = 4$. Cela se voit sur la courbe, qui est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Les solutions de $x^2 = k$ sont donc deux nombres opposés $\pm\sqrt{k}$ si $k > 0$, un seul (0) si $k = 0$, et aucune si $k < 0$.



Piège

Ne range jamais deux nombres négatifs comme s'ils étaient positifs : $-4 < -3$ mais $(-4)^2 = 16 > 9 = (-3)^2$, car la fonction carré est **décroissante** sur les négatifs. Pour comparer des carrés, regarde d'abord le signe des nombres.

E Exemple 2 : comparer sans calculatrice

Compare $(-4,1)^2$ et $(-3,9)^2$.

Les deux nombres sont dans $] -\infty ; 0]$, où la fonction carré est décroissante. Comme $-4,1 < -3,9$, on a $(-4,1)^2 > (-3,9)^2$. Contrôle : $16,81 > 15,21$. ✓

3. La fonction inverse

D Fonction inverse

La fonction inverse $x \mapsto \frac{1}{x}$ est définie sur $\mathbb{R}^* =]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$: on ne peut pas diviser par 0. Elle est **décroissante sur chacun des deux intervalles** $] -\infty ; 0[$ et $]0 ; +\infty[$. Sa courbe est une **hyperbole** à deux branches.

x

$-\infty$

0

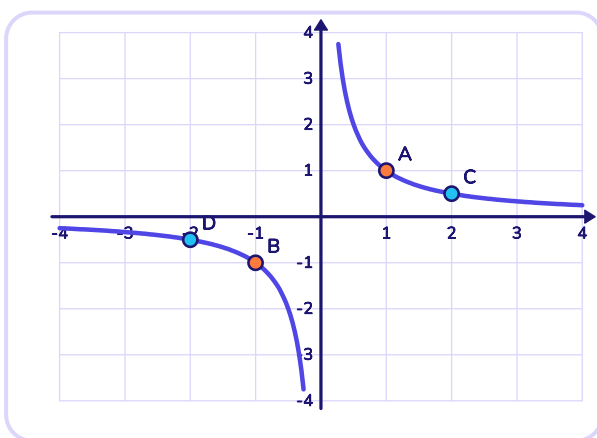
$+\infty$

$1/x$

décroît ↘

interdit

décroît ↘





Piège

La fonction inverse n'est **pas** décroissante sur $\mathbb{R}^*$ tout entier : $-1 < 1$ et l'ordre n'est pas renversé : $\frac{1}{-1} = -1 < 1 = \frac{1}{1}$. La décroissance ne vaut que sur chaque branche, jamais « à cheval » sur 0.



Exemple 3 : encadrer une inverse

Sachant que $2 \leq x \leq 5$, encadre $\frac{1}{x}$.

Les nombres sont dans $]0; +\infty[$, où la fonction inverse est décroissante : elle **renverse** l'ordre. Donc $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$, c'est-à-dire $0,2 \leq \frac{1}{x} \leq 0,5$.

4. La fonction racine carrée



Fonction racine carrée

La fonction racine carrée $x \mapsto \sqrt{x}$ est définie sur $[0; +\infty[$ et elle est **strictement croissante** sur cet intervalle : si $0 \leq a < b$, alors $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.

x

0

$+\infty$

$\sqrt{x}$

0

croît ↗

Pour tout réel x , on a $\sqrt{x^2} = |x|$, et non x : par exemple $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$. En revanche, pour $x \geq 0$, $(\sqrt{x})^2 = x$.



Astuce de Zyro

Pour comparer $\sqrt{7}$ à un nombre simple comme **2,6**, élève les deux au carré : sur les nombres positifs, le carré ne change pas l'ordre. Ici $2,6^2 = 6,76 < 7$, donc $\sqrt{7} > 2,6$.

5. Parité et symétries



Fonction paire, fonction impaire

Soit f une fonction dont l'ensemble de définition D est **symétrique par rapport à 0** (si $x \in D$, alors $-x \in D$).

- f est **paire** si, pour tout $x \in D$, $f(-x) = f(x)$: sa courbe est symétrique par rapport à l'**axe des ordonnées**.
- f est **impaire** si, pour tout $x \in D$, $f(-x) = -f(x)$: sa courbe est symétrique par rapport à l'**origine** du repère.

La fonction carré est paire ; les fonctions $x \mapsto x$, $x \mapsto x^3$ et la fonction inverse sont impaires. La racine carrée n'est ni paire ni impaire : son ensemble de définition $[0 ; +\infty[$ n'est pas symétrique par rapport à 0.

M**Méthode**

1. Vérifie que l'ensemble de définition est symétrique par rapport à **0**.
2. Calcule $f(-x)$ en remplaçant x par $-x$ partout.
3. Compare avec $f(x)$ et avec $-f(x)$.
4. Si aucune égalité n'est vraie pour tout x , cherche un contre-exemple pour montrer que f n'a pas de parité.

E**Exemple 4 : étudier une parité**

Soit $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$, $g(x) = 2x^3 - 5x$ et $h(x) = x^2 + x$, toutes définies sur $\mathbb{R}$.

$$f(-x) = (-x)^4 - 3(-x)^2 + 1 = x^4 - 3x^2 + 1 = f(x) : f \text{ est paire.}$$

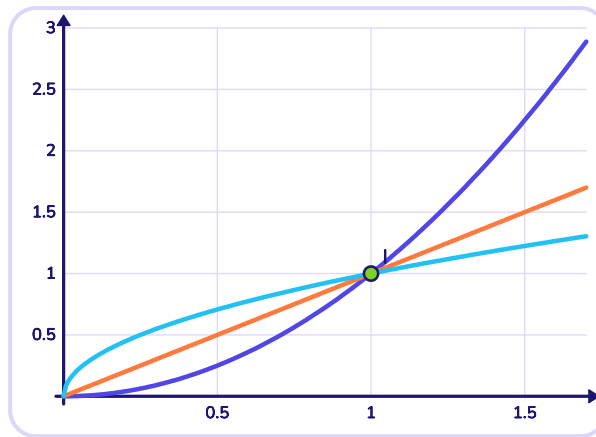
$$g(-x) = 2(-x)^3 - 5(-x) = -2x^3 + 5x = -g(x) : g \text{ est impaire. Pour } h :$$

$$h(1) = 2 \text{ et } h(-1) = 0, \text{ qui n'est ni égal à } 2 \text{ ni à } -2 : h \text{ n'est ni paire ni impaire.}$$

6. Positions relatives de deux courbes

Pour savoir quelle courbe est « au-dessus » de l'autre, on étudie le **signe de la différence**

$f(x) - g(x)$. Si elle est positive, $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{C}_g$; si elle est négative, elle est en dessous ; si elle s'annule, les courbes se coupent.



E Exemple 5 : carré et identité

Compare x^2 et x pour tout réel x .

$x^2 - x = x(x - 1)$. Ce produit est négatif pour $0 < x < 1$, nul en 0 et en 1 , positif pour $x < 0$ et pour $x > 1$. Ainsi la parabole est **sous** la droite $y = x$ entre 0 et 1 , et **au-dessus** ailleurs. C'est ce que montre la figure (sur $[0; 1,7]$).

De même, pour $x \geq 0$: $\sqrt{x} - x = \sqrt{x}(1 - \sqrt{x})$. Ce nombre est positif quand $\sqrt{x} \leq 1$, c'est-à-dire $x \leq 1$. Donc $\sqrt{x} \geq x$ sur $[0; 1]$ et $\sqrt{x} \leq x$ sur $[1; +\infty[$.

I 7. Les fonctions polynômes du second degré

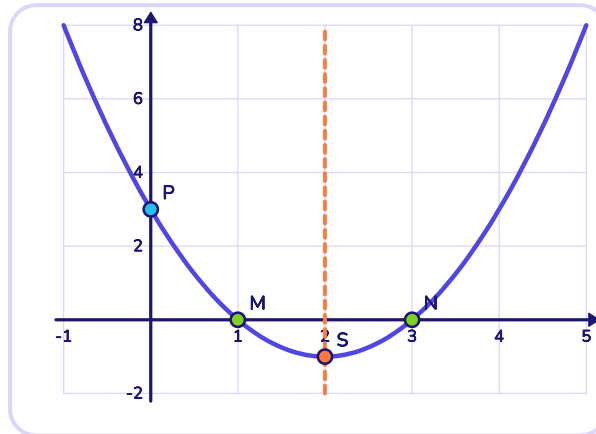
D Polynôme du second degré

C'est une fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$. Elle peut s'écrire sous **forme canonique** $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. Sa courbe est une parabole de **sommet** $S(\alpha; \beta)$, symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \alpha$, avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$.

P

Variations

Si $a > 0$: f décroît sur $] -\infty ; \alpha]$, croît sur $[\alpha ; +\infty[$ et admet un **minimum** β en α . Si $a < 0$: c'est l'inverse, avec un **maximum** β en α .



E

Exemple 6 : étude complète

Soit $f(x) = -2x^2 + 8x - 3$.

Ici $a = -2 < 0$, $\alpha = -\frac{8}{2 \times (-2)} = 2$ et $\beta = f(2) = -8 + 16 - 3 = 5$. Donc

$f(x) = -2(x - 2)^2 + 5$. Vérification : $-2(x^2 - 4x + 4) + 5 = -2x^2 + 8x - 3$. ✓

La fonction croît sur $] -\infty ; 2]$, décroît sur $[2 ; +\infty[$ et son maximum vaut 5, atteint en $x = 2$.

La figure précédente illustre $f(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$: le sommet est $S(2; -1)$ et la courbe coupe l'axe des abscisses en 1 et 3, car $(x - 2)^2 = 1$ donne $x - 2 = \pm 1$. On peut aussi factoriser : $f(x) = (x - 1)(x - 3)$.

À retenir

- Fonction affine $ax + b$: une droite ; croissante si $a > 0$, décroissante si $a < 0$.
- Fonction carré : parabole, décroissante puis croissante, minimum 0 en 0 ; elle est paire.
- Fonction inverse : définie sur $\mathbb{R}^*$, décroissante sur chaque intervalle, impaire ; elle renverse l'ordre.
- Fonction racine carrée : définie sur $[0 ; +\infty[$, croissante ; $\sqrt{x^2} = |x|$.
- Paire : $f(-x) = f(x)$ (axe des ordonnées) ; impaire : $f(-x) = -f(x)$ (origine).
- Position relative de deux courbes : signe de $f(x) - g(x)$.
- Second degré : forme canonique $a(x - \alpha)^2 + \beta$, sommet $S(\alpha ; \beta)$, minimum si $a > 0$, maximum si $a < 0$.

Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

  **Zyro te conseille la suite**

 Exercices de maths

Fonctions de référence : exercices de maths 2de

 Contrôles de maths

Fonctions de référence : contrôle de maths 2de

 QCM de maths

Fonctions de référence : QCM de maths 2de

 Exercices de maths

Vecteurs du plan : exercices de maths 2de

 Exercices de maths

Géométrie repérée : exercices de maths 2de

 Contrôles de maths

Vecteurs du plan : contrôle de maths 2de

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage