

Fonctions linéaires et affines : cours de maths 3ème à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Un forfait de téléphone, une location de vélo, une recette que l'on double pour des invités, un prix soldé : dans tous ces cas, une quantité dépend d'une autre de façon très régulière. Les **fonctions linéaires** et **affines** sont les outils parfaits pour décrire ces situations, les représenter par une **droite** et faire des prévisions. Dans ce chapitre, tu vas apprendre à les reconnaître, à les tracer et à retrouver leur expression à partir de quelques informations.

1. Se rappeler : fonction, image, antécédent

D

Fonction

Une fonction f associe à chaque nombre x un **unique** nombre noté $f(x)$. On écrit $f : x \mapsto f(x)$. Le nombre $f(x)$ est l'**image** de x ; le nombre x est un **antécédent** de $f(x)$.

Par exemple, si $f(x) = 3x + 2$, alors l'image de 4 est $f(4) = 3 \times 4 + 2 = 14$. Pour trouver un antécédent de 20, on résout l'équation $3x + 2 = 20$, soit $3x = 18$, donc $x = 6$.

2. La fonction linéaire

D

Fonction linéaire

Une fonction linéaire est une fonction de la forme $f(x) = ax$, où a est un nombre fixé appelé **coefficient** de la fonction.

Une fonction linéaire traduit une situation de **proportionnalité** : $f(x)$ est toujours le produit de x par le même nombre a . Si l'on double x , on double aussi $f(x)$; si l'on additionne deux valeurs de x , les images s'additionnent.

E

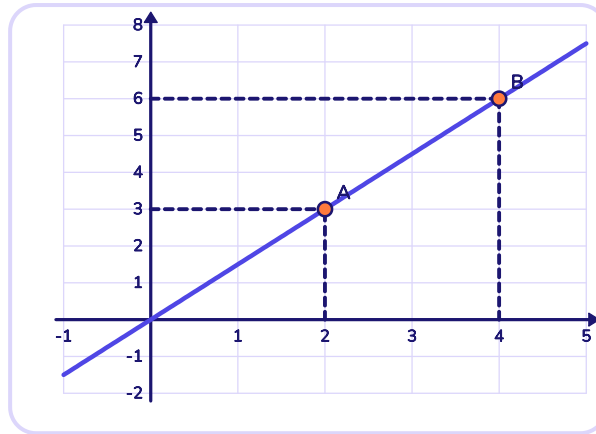
Exemple 1

Un jardinier achète des plants de menthe à 2,50 € l'unité. Le prix payé pour x plants est $f(x) = 2,5x$. Pour 8 plants : $f(8) = 2,5 \times 8 = 20$, soit 20 €. Avec 35 €, il peut en acheter x tels que $2,5x = 35$, donc $x = 35 \div 2,5 = 14$ plants.

P

Représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction linéaire $f(x) = ax$ est une **droite qui passe par l'origine** du repère. Le nombre a est le **coefficient directeur** de cette droite : c'est de combien y augmente quand x augmente de 1.



Sur la figure, la droite représente $f(x) = 1,5x$. Elle passe par $A(2 ; 3)$ et $B(4 ; 6)$. Quand on avance de **1** vers la droite, on monte de **1,5** : c'est le coefficient directeur. Si ***a*** est positif, la droite « monte » ; si ***a*** est négatif, elle « descend ».

3. La fonction affine

D Fonction affine

Une fonction affine est une fonction de la forme $f(x) = ax + b$, où ***a*** et ***b*** sont deux nombres fixés. Le nombre ***a*** est le **coefficient directeur** et le nombre ***b*** est l'**ordonnée à l'origine**, car $f(0) = b$.

Une fonction linéaire est donc un cas particulier de fonction affine, celui où ***b* = 0**. Quand ***b* ≠ 0**, la situation n'est plus proportionnelle : il y a une valeur de départ ***b*** à laquelle on ajoute ***a*** fois ***x***.

E Exemple 2

Une salle d'escalade demande un droit d'entrée de **4 €** et **3 €** par heure de location du matériel. Le prix pour ***x*** heures est $p(x) = 3x + 4$. Ici ***a* = 3** (le prix de l'heure) et ***b* = 4** (le droit d'entrée). Pour **5 heures** : $p(5) = 3 \times 5 + 4 = 19$ €. Le tarif n'est pas proportionnel à la durée, puisque $p(0) = 4$ et non 0.



Erreur classique

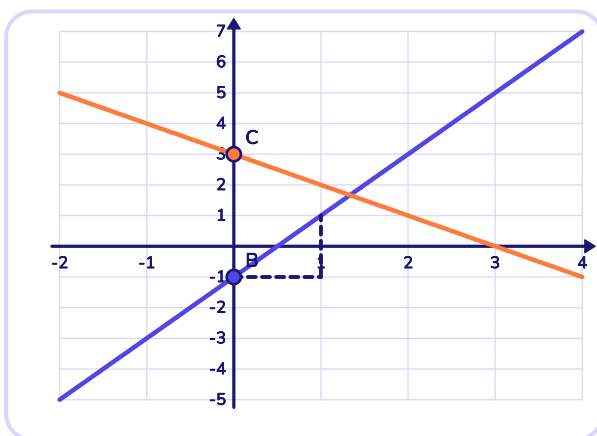
Ne confonds pas a et b . Dans $f(x) = -3x + 8$, le coefficient directeur est -3 (le signe fait partie du nombre) et l'ordonnée à l'origine est 8 . Dans $g(x) = 9 - x$, on a $a = -1$ et $b = 9$: on réordonne d'abord, $g(x) = -x + 9$.

4. Représentation graphique d'une fonction affine



Propriété

La représentation graphique d'une fonction affine $f(x) = ax + b$ est une **droite**. Elle coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0 ; b)$ et elle a pour coefficient directeur a . Réciproquement, un point $M(x ; y)$ est sur la droite si et seulement si $y = ax + b$.



Sur la figure, la droite violette représente $f(x) = 2x - 1$. Elle coupe l'axe des ordonnées en $B(0 ; -1)$: c'est l'ordonnée à l'origine. Le petit triangle pointillé montre le coefficient directeur : on avance de 1 , on monte de 2 . La droite orange représente $g(x) = -x + 3$: elle coupe l'axe en $C(0 ; 3)$ et elle descend de 1 quand on avance de 1 , car $a = -1$.

M**Méthode : tracer la droite d'une fonction affine**

1. Choisis deux valeurs de x simples, par exemple 0 et 2.
2. Calcule leurs images et note les deux points obtenus dans un tableau.
3. Place les deux points dans le repère et trace la droite avec la règle.
4. Vérifie avec un troisième point : s'il n'est pas aligné, une valeur est fausse.

!**Astuce de Zyro**

Sur ma planète, on lit une droite comme un escalier : l'ordonnée à l'origine est la hauteur de la première marche, et le coefficient directeur dit de combien chaque marche monte quand on avance d'un pas. Compte les marches, et tu retrouves la formule !

5. Déterminer une fonction

Pour retrouver l'expression d'une fonction, on utilise les informations données par ses images.

P**Calcul du coefficient directeur**

Si f est une fonction affine, alors pour deux nombres distincts x_1 et x_2 ,

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}.$$

Pour une fonction linéaire, $a = \frac{f(x)}{x}$ avec $x \neq 0$.

E Exemple 3 : fonction linéaire

La fonction linéaire f vérifie $f(4) = 14$. Alors $a = \frac{14}{4} = 3,5$, donc $f(x) = 3,5x$.

E Exemple 4 : fonction affine

La fonction affine f vérifie $f(1) = 7$ et $f(5) = -1$.

Coefficient directeur : $a = \frac{-1 - 7}{5 - 1} = \frac{-8}{4} = -2$. Donc $f(x) = -2x + b$.

Comme $f(1) = 7$, on a $-2 \times 1 + b = 7$, donc $b = 9$. Ainsi $f(x) = -2x + 9$.

Vérification : $f(5) = -2 \times 5 + 9 = -1$. Le résultat est cohérent.

6. Pourcentages et fonctions linéaires

Augmenter ou diminuer une quantité d'un pourcentage fixé est une situation de proportionnalité : on multiplie par un **coefficient multiplicateur**.

Variation	Calcul	Coefficient multiplicateur
Augmentation de 15 %	$1 + \frac{15}{100}$	1,15
Diminution de 30 %	$1 - \frac{30}{100}$	0,70
Augmentation de 4 %	$1 + \frac{4}{100}$	1,04

E**Exemple 5**

Un casque audio coûte **80 €**. Son prix augmente de **15 %**. La fonction qui donne le nouveau prix est $f(x) = 1,15x$. Nouveau prix : $f(80) = 1,15 \times 80 = 92$ €. Pour retrouver un prix de départ, on cherche un antécédent : si le prix final est **138 €**, alors $x = 138 \div 1,15 = 120$ €.

**Piège**

Une hausse de **20 %** suivie d'une baisse de **20 %** ne ramène pas au prix de départ : on multiplie par $1,2 \times 0,8 = 0,96$, donc le prix final est **4 %** plus bas.

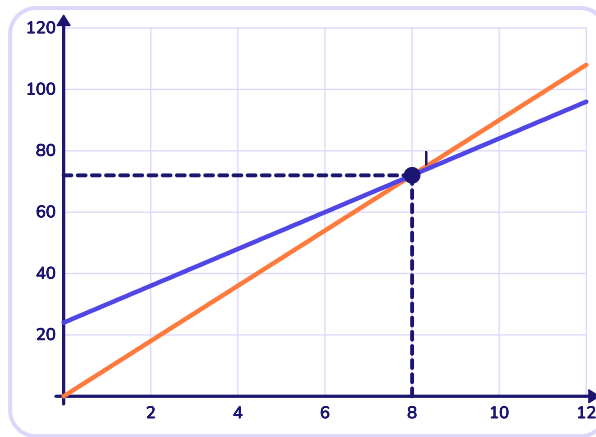
7. Problèmes de tarifs

Pour comparer deux tarifs, on traduit chacun par une fonction, puis on compare les images ou on cherche quand elles sont égales. Graphiquement, le point d'intersection des deux droites indique le moment où les deux tarifs coïncident.

E**Exemple 6**

Un cinéma propose deux formules pour x séances : le **tarif A** à **9 €** la séance, soit $A(x) = 9x$, et le **tarif B** avec une carte à **24 €** puis **6 €** la séance, soit $B(x) = 6x + 24$.

Les prix sont égaux quand $9x = 6x + 24$, donc $3x = 24$ et $x = 8$. Pour **8** séances, on paie **72 €** dans les deux cas : c'est le point $I(8 ; 72)$ de la figure.



La droite violette (tarif B) est sous la droite orange (tarif A) à droite du point I : au-delà de 8 séances, le tarif B est donc moins cher. En dessous de 8 séances, le tarif A est plus avantageux. Par exemple, pour 10 séances : $A(10) = 90$ € et $B(10) = 84$ €.

À retenir

- Une fonction linéaire s'écrit $f(x) = ax$; sa représentation est une **droite passant par l'origine** et elle traduit la proportionnalité.
- Une fonction affine s'écrit $f(x) = ax + b$; sa représentation est une **droite**, avec a pour coefficient directeur et $b = f(0)$ pour ordonnée à l'origine.
- Pour tracer une droite, deux points suffisent (un troisième sert à vérifier).
- Coefficient directeur : $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$, puis on trouve b avec une image connue.
- Augmenter de t % revient à multiplier par $1 + \frac{t}{100}$; diminuer de t % revient à multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.
- Pour comparer deux tarifs, on résout l'équation $f(x) = g(x)$ et on interprète le résultat.

Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Zyro te conseille la suite

Exercices de maths

Fonctions linéaires et affines : exercices de maths 3ème

Contrôles de maths

Fonctions linéaires et affines : contrôle de maths 3ème

QCM de maths

Fonctions linéaires et affines : QCM de maths 3ème

Exercices de maths

Théorème de Thalès : exercices de maths 3ème

 Exercices de maths

Trigonométrie et Pythagore : exercices de maths 3ème

 Contrôles de maths

Théorème de Thalès : contrôle de maths 3ème

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage