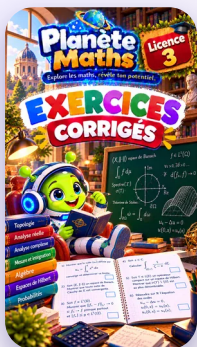


Fonctions holomorphes : exercices de maths Licence L3 à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 126 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

20 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Dérivée de z^2 par la définition

★☆☆

Soit $f(z) = z^2$. Calcule, pour $z \in \mathbb{C}$ et $h \neq 0$, le quotient $\frac{f(z+h) - f(z)}{h}$, puis détermine $f'(z)$. Donne enfin $f'(1+2i)$.

2 Cauchy-Riemann pour le cube

★☆☆

Soit $f(x+iy) = (x^3 - 3xy^2) + i(3x^2y - y^3)$. Vérifie les équations de Cauchy-Riemann et calcule $f'(1+i)$.

3 La conjugaison



Écris $f(z) = \bar{z}$ sous la forme $u + iv$ et montre avec les équations de Cauchy-Riemann qu'elle n'est holomorphe en aucun point.

4 Trois rayons de convergence



Détermine le rayon de convergence de : a) $\sum 2^n z^n$; b) $\sum \frac{z^n}{n!}$; c) $\sum n z^n$.

5 Deux intégrales sur un cercle



Paramètre le cercle $C : |z| = 2$ par $z = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$, et calcule $\oint_C \frac{dz}{z}$ et $\oint_C z^2 dz$.

6 Formule de Cauchy avec une exponentielle



Calcule $I_1 = \oint_{|z|=3} \frac{e^z}{z-1} dz$ et $I_2 = \oint_{|z|=1/2} \frac{e^z}{z-1} dz$.

7 Vrai ou faux ?



Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant : a) toute fonction entière est un polynôme ; b) $\sin$ est bornée sur $\mathbb{C}$; c) une fonction holomorphe de dérivée nulle sur un ouvert connexe est constante.

8 Conjuguée harmonique



Soit $u(x, y) = e^x \cos y$. Détermine les fonctions v telles que $f = u + iv$ soit holomorphe sur $\mathbb{C}$, puis identifie f .

9 Le module au carré



Soit $f(z) = |z|^2$. Montre que f est $\mathbb{C}$ -dérivable en 0 et en aucun autre point. Est-elle holomorphe quelque part ?

10 Développement de $1/(1+z^2)$

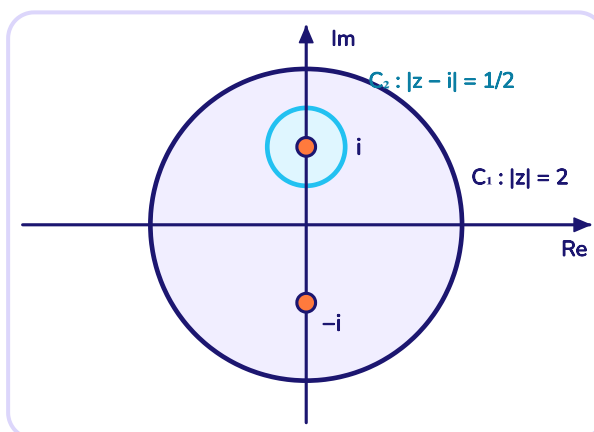


Développe $f(z) = \frac{1}{1+z^2}$ en série entière en 0 . Quel est son rayon de convergence ? Que vaut $f^{(4)}(0)$?

11 Intégrales de $1/(z^2+1)$



On a $\frac{1}{z^2+1} = \frac{1}{2i} \left(\frac{1}{z-i} - \frac{1}{z+i} \right)$. Calcule $\oint_{|z|=2} \frac{dz}{z^2+1}$ et $\oint_{|z-i|=1/2} \frac{dz}{z^2+1}$.



12 Dérivée seconde par Cauchy



Calcule $\oint_{|z|=2} \frac{\cos z}{z^3} dz$.

13 Croissance au plus affine



Soit f entière avec $|f(z)| \leq 5 + 3|z|$ pour tout z . Montre que $f(z) = \alpha + \beta z$ avec $|\beta| \leq 3$.

14 Zéros de $\sin$ et ordre de $z - \sin z$



a) Détermine les zéros de $\sin$ dans $\mathbb{C}$ et leur ordre. b) Quel est l'ordre du zéro de $z - \sin z$ en 0 ?

15 Maximum sur un disque



a) Détermine le maximum de $|z^2 - 1|$ sur $|z| \leq 1$ et les points où il est atteint. b) Détermine le maximum de $|e^z|$ sur $|z| \leq 2$.

16 Module constant sur le bord



Soit f continue sur $\overline{D}(0, 1)$, holomorphe sur $D(0, 1)$, ne s'annulant pas, avec $|f(z)| = 1$ pour $|z| = 1$. Montre que f est constante.

17 Zéros qui s'accumulent



a) Soit f entière avec $f(1/n) = 0$ pour tout entier $n \geq 1$. Montre que $f = 0$. b) Existe-t-il f holomorphe sur $D(0, 1)$ avec $f(1/n) = (-1)^n/n$ pour tout $n \geq 2$?

18 Intégrale avec trois termes



Calcule $\oint_{|z|=3} \frac{e^z}{z^2(z-2)} dz$ à l'aide d'une décomposition en éléments simples, et vérifie la valeur numérique.

19 Partie réelle positive



Soit f entière avec $\operatorname{Re} f(z) \geq 0$ pour tout z . Montre que f est constante.

20 Module constant



Soit $f = u + iv$ holomorphe sur un ouvert connexe U avec $|f| = c$ constant. Montre que f est constante en utilisant Cauchy-Riemann.

Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 126 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Zyro te conseille la suite

Exercices corrigés de maths

Fonctions holomorphes : exercices corrigés de maths Licence L3

Cours de maths

Fonctions holomorphes : cours de maths Licence L3

 QCM de maths

Fonctions holomorphes : QCM de maths
Licence L3

 Exercices corrigés de maths

Singularités et théorème des résidus :
exercices corrigés de maths Licence L3

 Exercices corrigés de maths

Réduction des endomorphismes :
exercices corrigés de maths Licence L3

 Cours de maths

Singularités et théorème des résidus :
cours de maths Licence L3

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage