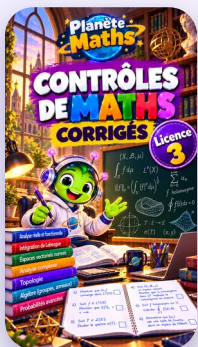


Fonctions holomorphes : corrigé du contrôle de maths Licence L3 à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 52 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1

Cauchy-Riemann

/ 3 pts

$u_x = 2x + 3 = v_y$ et $u_y = -2y = -v_x$: équations vérifiées, u, v de classe C^1 , donc f holomorphe (1 pt).

$f' = u_x + iv_x = 2x + 3 + 2iy = 2z + 3$ (1 pt). $f'(1 + i) = 2(1 + i) + 3 = 5 + 2i$ (1 pt).

2 Rayons de convergence

/ 3 pts

- a) $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n+1}{4n} \rightarrow \frac{1}{4}, R = 4$ (1 pt).
- b) Série géométrique de raison $z^2/9$: convergente si et seulement si $|z|^2 < 9, R = 3$ (1 pt).
- c) $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n^2}{(n+1)^2} \rightarrow 1, R = 1$ (1 pt).

3 Intégrales de Cauchy

/ 4 pts

- a) 1 est dans le disque : $2i\pi \sin 1$ (1,5 pt).
- b) 3 est hors du disque, $z/(z-3)$ holomorphe sur le disque : 0 par Cauchy (1 pt).
- c) Cauchy à l'ordre 1 : $2i\pi (e^{2z})'(0) = 2i\pi \times 2 = 4i\pi$ (1,5 pt).

4 Application de Liouville

/ 3 pts

Fixons $a \in \mathbb{C}$ et $r > 0$. Sur $|z-a| = r$, $|f| \leq 2 + \sqrt{|a|+r}$ (1 pt).

Inégalité de Cauchy : $|f'(a)| \leq \frac{2 + \sqrt{|a|+r}}{r}$ (1 pt), qui tend vers 0 quand $r \rightarrow +\infty$.

Donc $f'(a) = 0$ pour tout a et f est constante (1 pt).

5 Principe du maximum

/ 4 pts

$|z^3 + 2| \leq |z|^3 + 2 \leq 3$, égalité si et seulement si $|z| = 1$ et z^3 réel positif, soit $z^3 = 1$: $z \in \{1, e^{2i\pi/3}, e^{-2i\pi/3}\}$ (2 pts).

$|z^3 + 2| \geq 2 - |z|^3 \geq 1$, égalité si et seulement si $z^3 = -1$: $z \in \{-1, e^{i\pi/3}, e^{-i\pi/3}\}$ (2 pts). Les deux sont atteints au bord, comme le prévoit le principe du maximum (et du minimum, car $z^3 + 2$ ne s'annule pas sur le disque).

6

Zéros et prolongement

/ 3 pts

a) $\cos z - 1 = -\frac{z^2}{2} + \frac{z^4}{24} - \dots = z^2 \left(-\frac{1}{2} + \dots \right)$: ordre 2 (1 pt).

b) $1/n^2 \rightarrow 0$ et f est continue en 0 : $f(0) = 0$ (1 pt). Les zéros s'accumulent en 0, point du domaine connexe $\mathbb{C}$, donc $f \equiv 0$ (1 pt).

Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 52 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)**Zyro te conseille la suite****Contrôles de maths**

Fonctions holomorphes : contrôle de maths Licence L3

**Cours de maths**

Fonctions holomorphes : cours de maths Licence L3

 QCM de maths

Fonctions holomorphes : QCM de maths
Licence L3

 Contrôles de maths

Singularités et théorème des résidus :
contrôle de maths Licence L3

 Contrôles de maths

Réduction des endomorphismes :
contrôle de maths Licence L3

 Cours de maths

Singularités et théorème des résidus :
cours de maths Licence L3

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage