PLANÈTE MATHS · PLANETE-MATHS.EU

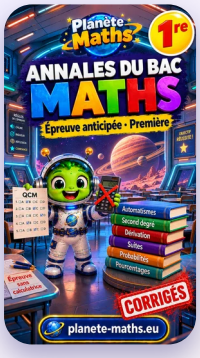
Fonction exponentielle : exercices corrigés de maths 1ère à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 152 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Les annales du bac de maths 1ère

Les exercices rangés par thème, tous les corrigés à la fin, dans un PDF de 200 pages.

Voir le livre

Corrigé fonction exponentielle 1ère : corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

L'essentiel : Voici les solutions rédigées des exercices de maths en Première sur « Fonction exponentielle » : simplifier des puissances de e, changer d'écriture et premières dérivées. On le consulte après avoir cherché seul ; corrigé gratuit à télécharger en PDF.

1 Simplifier des puissances de e

★☆☆

On applique $e^a e^b = e^{a+b}$, $\dfrac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$ et $(e^a)^n = e^{na}$.

a. $e^{3+5} = e^8$

b. $e^{7-2} = e^5$

c. $e^{2\times 4} = e^8$

d. $e^{-3+3} = e^0 = 1$

e. $e^{(x+1)+(2x-1)} = e^{3x}$

2 Vrai ou faux ?

★☆☆

a. **Vrai.** L'exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$.

b. **Faux.** $e^2 = e^{1+1} = e \times e$: c'est un produit de deux facteurs égaux à e, et non $2 \times e$; numériquement $e^2 \approx 7{,}39$ alors que $2e \approx 5{,}44$.

c. **Faux.** Avec $a = b = 0$: $e^0 = 1$ mais $e^0 + e^0 = 2$. La bonne relation est $e^{a+b} = e^a e^b$.

d. **Vrai.** C'est la propriété $\exp(-x) = \dfrac{1}{\exp(x)}$.

3 Changer d'écriture

★☆☆

a. $\dfrac{1}{e^4} = e^{-4}$

b. $\dfrac{e^3}{e^5} = e^{3-5} = e^{-2}$

c. $(e^{-1})^3 = e^{-3}$

d. $e = e^1$, donc $e \times e^x = e^{x+1}$

4 Premières dérivées

★☆☆

On utilise $(e^{ax+b})' = a\,e^{ax+b}$.

a. $f'(x) = 3e^{3x}$

b. $g'(x) = -2e^{-2x+1}$

c. $h(x) = 5e^{\frac{1}{2}x}$, donc $h'(x) = 5 \times \dfrac{1}{2}\,e^{x/2} = \dfrac{5}{2}\,e^{x/2}$

d. $k'(x) = e^x + 2x$

5 Signe d'une expression

★☆☆

On rappelle que $e^u > 0$ quel que soit u.

a. $e^{2x-3} > 0$ pour tout réel x.

b. $-4 < 0$ et $e^x > 0$, donc $-4e^x < 0$ pour tout x.

c. Comme $e^x > 0$, le signe est celui de $x - 2$: $(x-2)e^x \geq 0 \iff x \geq 2$. Ensemble des solutions : $[2\,;+\infty[$.

d. Numérateur et dénominateur sont strictement positifs, donc le quotient est strictement positif.

6 Comparer sans calculatrice

★☆☆

La fonction exponentielle est strictement croissante, et $e^0 = 1$.

a. $3 < 5$ donc $e^3 < e^5$.

b. $-1 > -2$ donc $e^{-1} > e^{-2}$.

c. $0{,}5 > 0$ donc $e^{0{,}5} > e^0 = 1$.

d. $-3 < 0$ donc $e^{-3} < e^0 = 1$.

7 Une culture de levure ★☆☆

a. $N(0) = 200\,e^{0} = 200$ milliers de cellules.

b. $N(2) = 200\,e^{0{,}6} \approx 200 \times 1{,}822 \approx 364$ milliers de cellules.

c. $N'(t) = 200 \times 0{,}3\,e^{0{,}3t} = 60\,e^{0{,}3t} > 0$: la fonction N est strictement croissante, donc la culture augmente.

8 Équations et inéquations ★★☆

L'exponentielle est strictement croissante : $e^{a} = e^{b} \iff a = b$ et $e^{a} \leq e^{b} \iff a \leq b$.

a. $2x - 1 = x + 3 \iff x = 4$.

b. $3x \leq x + 4 \iff 2x \leq 4 \iff x \leq 2$. Solutions : $]-\infty\,;\,2]$.

c. $x^2 = 4x - 3 \iff x^2 - 4x + 3 = 0$. Le discriminant vaut $16 - 12 = 4$, d'où $x = \dfrac{4-2}{2} = 1$ ou $x = \dfrac{4+2}{2} = 3$.

d. $e^{5x-2} > e^{0} \iff 5x - 2 > 0 \iff x > \dfrac{2}{5}$.

9 Un produit avec exponentielle ★★☆

a. Avec $u = 2x + 1$ et $v = e^{x}$: $f'(x) = 2e^{x} + (2x+1)e^{x} = (2x+3)\,e^{x}$.

b. Comme $e^{x} > 0$, $f'(x)$ a le signe de $2x + 3$. Or $2x + 3 > 0 \iff x > -\dfrac{3}{2}$. Donc f est décroissante sur $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{3}{2}\right]$ et croissante sur $\left[-\dfrac{3}{2}\,;\,+\infty\right[$.

c. Le minimum est $f\left(-\dfrac{3}{2}\right) = (-3+1)\,e^{-1{,}5} = -2\,e^{-1{,}5} \approx -0{,}45$.

10 Une fonction qui s'annule en 4 ★★☆

a. $u = x - 3$, $v = e^{-x}$, $v' = -e^{-x}$. Donc
$g'(x) = e^{-x} - (x-3)\,e^{-x} = (1 - x + 3)\,e^{-x} = (4 - x)\,e^{-x}$.

b. Comme $e^{-x} > 0$, le signe de g' est celui de $4 - x$. Ainsi g est croissante sur $]-\infty\,;\,4]$ et décroissante sur $[4\,;\,+\infty[$.

c. $g(4) = (4-3)\,e^{-4} = e^{-4} \approx 0{,}018$. C'est un **maximum**, car g croît puis décroît.

11 Un quotient ★★☆

a. Pour tout x, $e^x + 1 > 1 > 0$, donc le dénominateur ne s'annule jamais.

b. Avec $u = e^x$, $v = e^x + 1$, $u' = v' = e^x$:
$$h' = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{e^x(e^x+1) - e^x\,e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{e^x}{(e^x+1)^2}.$$

c. $h'(x) > 0$ pour tout x, donc h est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. Enfin
$$h(0) = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}.$$

12 Une identité remarquable ★★☆

a. Avec $a^2 - b^2$ où $a = e^x + e^{-x}$ et $b = e^x - e^{-x}$:
$(a-b)(a+b) = (2e^{-x})(2e^x) = 4\,e^{-x+x} = 4\,e^0 = 4$.

b. On multiplie numérateur et dénominateur par $e^{-x} \neq 0$: $\dfrac{(e^x-1)\,e^{-x}}{(e^x+1)\,e^{-x}} = \dfrac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$.

13 Tangentes à la courbe de e^{2x} ★★☆

On a $f'(x) = 2e^{2x}$.

a. $f(0) = 1$ et $f'(0) = 2$. Donc $T_0 : y = 2(x - 0) + 1 = 2x + 1$.

b. $f\left(\frac{1}{2}\right) = e^1 = e$ et $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2e$. Donc $y = 2e\left(x - \frac{1}{2}\right) + e = 2e\,x - e + e = 2e\,x$. Pour $x = 0$ on trouve $y = 0$: la tangente passe par l'origine.

14 Un café qui refroidit ★★☆

a. $T(0) = 20 + 60 = 80$ °C. $T(10) = 20 + 60\,e^{-1} \approx 20 + 22{,}07 \approx 42{,}1$ °C.

b. $T'(t) = 60 \times (-0{,}1)\,e^{-0{,}1t} = -6\,e^{-0{,}1t} < 0$. La fonction T est strictement décroissante : le café refroidit.

c. $T'(0) = -6$: à $t = 0$, la température baisse de 6 °C par minute.

15 Unicité de la fonction exponentielle ★★★

a. $e^x \neq 0$ pour tout x et g, $\exp$ sont dérivables : le quotient q est défini et dérivable sur $\mathbb{R}$.

b. $q'(x) = \dfrac{g'(x)\,e^x - g(x)\,e^x}{(e^x)^2} = \dfrac{g(x)\,e^x - g(x)\,e^x}{(e^x)^2} = 0$.

c. q est constante sur $\mathbb{R}$, égale à $q(0) = \dfrac{g(0)}{e^0} = 1$. Donc $g(x) = e^x$ pour tout x : la fonction exponentielle est la seule solution.

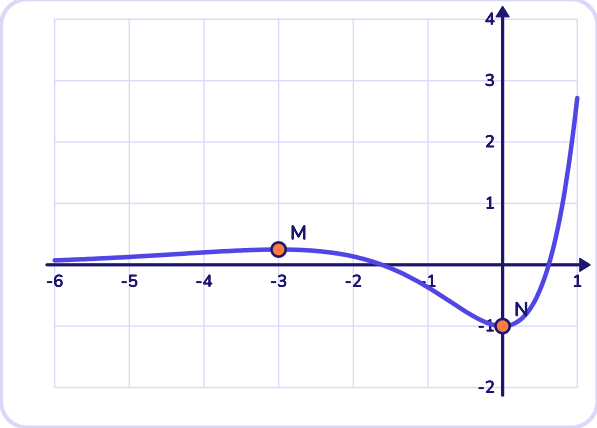
16 Étude complète d'une fonction ★★★

a. $f'(x) = (2x+1)\,e^x + (x^2+x-1)\,e^x = (x^2+3x)\,e^x = x(x+3)\,e^x$.

b. Le signe de f' est celui de $x(x+3)$, positif pour $x < -3$ ou $x > 0$, négatif entre -3 et 0. Donc f croît sur $]-\infty\,;\,-3]$, décroît sur $[-3\,;\,0]$, croît sur $[0\,;\,+\infty[$. Extremums : $f(-3) = (9-3-1)\,e^{-3} = 5e^{-3} \approx 0{,}25$ et $f(0) = -1$.

c. $f(0) = -1$ et $f'(0) = 0$: la tangente est horizontale, d'équation $y = -1$.

d. $e^x > 0$, donc $f(x) = 0 \iff x^2 + x - 1 = 0$. Le discriminant vaut $1 + 4 = 5 > 0$: deux solutions $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$, soit environ $-1{,}62$ et $0{,}62$.



17 Une inégalité fondamentale ★★★

a. $h'(x) = e^x - 1$. On a $e^x - 1 \geq 0 \iff e^x \geq e^0 \iff x \geq 0$.

b. h décroît sur $]-\infty\,;\,0]$ et croît sur $[0\,;\,+\infty[$. Son minimum est $h(0) = 1 - 0 - 1 = 0$.

c. Pour tout x, $h(x) \geq 0$, soit $e^x \geq x + 1$. Comme $x + 1 > x$, on obtient $e^x > x$.

d. La courbe de l'exponentielle est au-dessus de sa tangente $y = x + 1$ en $A(0\,;\,1)$, et touche cette tangente en un seul point, A.

18 Une suite de désintégration ★★★

a. $u_{n+1} = 5\,e^{-0{,}2(n+1)} = 5\,e^{-0{,}2n}\,e^{-0{,}2} = e^{-0{,}2}\,u_n$. La suite est géométrique de raison $q = e^{-0{,}2} \approx 0{,}819$ et de premier terme $u_0 = 5$.

b. $0 < q < 1$ et $u_0 > 0$: la suite est strictement décroissante.

c. $u_{10} = 5\,e^{-2} \approx 0{,}677$ g.

d. $S = u_0 \dfrac{1 - q^{10}}{1 - q} = 5\,\dfrac{1 - e^{-2}}{1 - e^{-0{,}2}} \approx 5 \times \dfrac{0{,}8647}{0{,}1813} \approx 23{,}85$ g.

19 Une suite de puissances de e ★★★

a. $w_{n+1} = e^{2n+3} = e^{2n+1} \times e^2 = e^2\,w_n$. La suite est géométrique de raison e^2 (environ $7{,}39$) et de premier terme $w_0 = e$.

b. $w_5 = e^{2\times 5+1} = e^{11}$.

c. $w_2 = e^5 \approx 148{,}4$ et $w_3 = e^7 \approx 1\,096{,}6$. La suite est strictement croissante, donc $w_n > 1\,000$ à partir de $n = 3$.

20 Deux modèles de placement ★★★

a. $A(10) = 1\,000 \times 1{,}04^{10} \approx 1\,480{,}24$ €. $B(10) = 1\,000\,e^{0{,}4} \approx 1\,491{,}82$ €.

b. $B(n+1) = 1\,000\,e^{0{,}04n}\,e^{0{,}04} = e^{0{,}04}\,B(n)$: suite géométrique de raison $e^{0{,}04} \approx 1{,}0408$ et de premier terme $1\,000$.

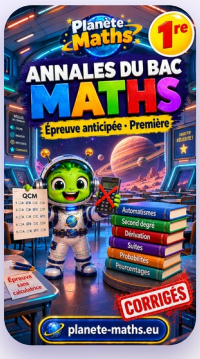
c. Les raisons sont $1{,}04$ et $e^{0{,}04}$. Comme $e^x \geq x + 1$ (avec égalité seulement en $x = 0$), $e^{0{,}04} > 1{,}04$: la banque B est plus avantageuse. Après 10 ans, l'écart est d'environ $11{,}58$ €.



Le livre d'exercices corrigés de maths 1ère

Tout le programme en un seul PDF de 152 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Les annales du bac de maths 1ère

Les exercices rangés par thème, tous les corrigés à la fin, dans un PDF de 200 pages.

Voir le livre

Entraîne-toi : défi express de 1ère

Changer de niveau

Niveau : **1ère**

6 questions au hasard, correction tout de suite.

🚀 Lancer le défi

🚀 Zyro te conseille la suite



✏️ **Exercices de maths**

Fonction exponentielle : exercices de maths 1ère à télécharger en PDF



🎯 **QCM de maths**

Fonction exponentielle : QCM de maths 1ère



📝 **Contrôles de maths**

Fonction exponentielle : contrôle de maths 1ère à télécharger en PDF



✏️ **Exercices de maths**

Trigonométrie : exercices de maths 1ère à télécharger en PDF



✏️ **Exercices de maths**

Produit scalaire : exercices de maths 1ère à télécharger en PDF



🎯 **QCM de maths**

Trigonométrie : QCM de maths 1ère

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage