

Espaces euclidiens : corrigé du contrôle de maths Maths Spé à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Un produit scalaire par évaluation

/ 4 pts

- a) Bilinéarité et symétrie évidentes. $\langle P, P \rangle = P(0)^2 + P(1)^2 + P(2)^2 \geq 0$ (0,5 pt). Si $\langle P, P \rangle = 0$, alors $P(0) = P(1) = P(2) = 0$: un polynôme de degré ≤ 2 ayant 3 racines est nul, donc $P = 0$ (1 pt).
- b) $\langle 1, X \rangle = 0 + 1 + 2 = 3$, $\|1\|^2 = 3$, $\|X\|^2 = 0 + 1 + 4 = 5$ (1 pt).
- c) $e_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (0,5 pt). $w_2 = X - \frac{3}{3} \cdot 1 = X - 1$ de norme au carré $(-1)^2 + 0 + 1^2 = 2$ (0,5 pt), donc $e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(X - 1)$ (0,5 pt).

2 Gram-Schmidt dans $\mathbb{R}^3$

/ 4 pts

$$\|v_1\|^2 = 3, e_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, -1, 1) \text{ (1 pt).}$$

$$\langle v_2, v_1 \rangle = 3, \text{ donc } w_2 = v_2 - \frac{3}{3}v_1 = (1, 1, 0), e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1, 0) \text{ (1,5 pt).}$$

$$\langle v_3, v_1 \rangle = 3 \text{ et } \langle v_3, w_2 \rangle = 2 \text{ avec } \|w_2\|^2 = 2 : w_3 = v_3 - v_1 - w_2 = (-1, 1, 2), \\ e_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}(-1, 1, 2) \text{ (1,5 pt). Contrôle : } w_3 \perp v_1 \text{ et } w_3 \perp w_2.$$

3 Projection sur un plan

/ 4 pts

Vecteur normal $n = (1, 2, -2)$, $\|n\| = 3$. a) $\langle n, M \rangle = 5 + 4 + 2 = 11$, donc $d(M, P) = \frac{11}{3}$ (1 pt).

b) $H = M - \frac{11}{9}n = (\frac{34}{9}, -\frac{4}{9}, \frac{13}{9})$ (1,5 pt). Vérification : $\frac{34}{9} - \frac{8}{9} - \frac{26}{9} = 0$ (0,5 pt).

c) $M' = M - \frac{22}{9}n = (\frac{23}{9}, -\frac{26}{9}, \frac{35}{9})$ (1 pt).

4 Une isométrie de l'espace

/ 4 pts

a) Les lignes de $7A$ ont pour carrés des normes $4 + 9 + 36 = 49$, $36 + 4 + 9 = 49$, $9 + 36 + 4 = 49$, et pour produits $12 + 6 - 18 = 0$, $6 - 18 + 12 = 0$, $18 - 12 - 6 = 0$: A est orthogonale (1,5 pt).

b) $\det(7A) = 2(4 - 18) - 3(12 + 9) + 6(-36 - 6) = -28 - 63 - 252 = -343$, donc $\det A = \frac{-343}{343} = -1$ (1 pt).

c) $-A$ est orthogonale de déterminant $(-1)^3(-1) = 1$: c'est une rotation (0,5 pt).

$$\text{tr}(-A) = -\frac{6}{7} = 1 + 2 \cos \theta, \text{ donc } \cos \theta = -\frac{13}{14} \text{ (1 pt).}$$

5 Diagonalisation et forme quadratique

/ 4 pts

- a) $\text{tr } A = 7$ et $\det A = 6$: $\lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6)$, valeurs propres 1 et 6 (1 pt).
- b) Pour 6 : $(-1)x + 2y = 0$, vecteur $(2, 1)$. Pour 1 : $4x + 2y = 0$, vecteur $(1, -2)$ (1 pt).
Base orthonormée $\frac{1}{\sqrt{5}}(2, 1)$, $\frac{1}{\sqrt{5}}(1, -2)$; $P = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $D = \text{diag}(6, 1)$ (1 pt).
- c) $q = 6y_1^2 + y_2^2$ avec $y_1^2 + y_2^2 = 1$: maximum 6 en $\pm \frac{1}{\sqrt{5}}(2, 1)$, minimum 1 en $\pm \frac{1}{\sqrt{5}}(1, -2)$ (1 pt).

Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Zyro te conseille la suite

Contrôles de maths

Espaces euclidiens : contrôle de maths
Maths Spé

Cours de maths

Espaces euclidiens : cours de maths
Maths Spé

 QCM de maths

Espaces euclidiens : QCM de maths
Maths Spé

 Contrôles de maths

Séries numériques : contrôle de maths
Maths Spé

 Contrôles de maths

Suites et séries de fonctions : contrôle de
maths Maths Spé

 Cours de maths

Séries numériques : cours de maths
Maths Spé

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage