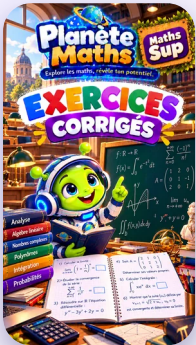


Espaces vectoriels et applications linéaires : exercices de maths Maths Sup à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Sup

Tout le programme en un seul PDF de 134 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

23 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Sous-espace ou non ?

★ ★ ★

Dans $\mathbb{R}^2$, dire si les parties suivantes sont des sous-espaces vectoriels :

$$A = \{(x, y) \mid x = 2y\}, B = \{(x, y) \mid x + y = 1\}, C = \{(x, y) \mid xy = 0\}.$$

2 Appartenance à un Vect

★ ★ ★

Dans $\mathbb{R}^2$, $u = (1, 2)$ et $v = (3, 1)$. Le vecteur $(7, 4)$ est-il dans $\text{Vect}(u, v)$?

3 Linéaire ou non ?



Dire si les applications suivantes de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ sont linéaires :

$$f(x, y) = (2x - y, x + 3y) ; g(x, y) = (x + 1, y) ; h(x, y) = (xy, x).$$

4 Libre ou liée dans le plan



Dans $\mathbb{R}^2$, dire si les familles $((1, 2), (2, 4))$, $((1, 2), (2, 1))$ et $((1, 2), (2, 1), (0, 1))$ sont libres ou liées.

5 Calculer des dimensions



Donner la dimension de : $\mathbb{R}^5$; $\mathbb{R}_3[X]$; $\mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$; $\text{Vect}((1, 0), (2, 0))$; $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 0\}$.

6 Coordonnées dans une base



On admet que $\mathcal{B} = ((1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1))$ est une base de $\mathbb{R}^3$. Déterminer les coordonnées de $(3, -1, 2)$ dans $\mathcal{B}$.

7 Noyau et image d'un exemple simple



Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x - y, 2x - 2y)$. Déterminer $\text{Ker } f$, $\text{Im } f$ et vérifier le théorème du rang.

8 Un plan défini par deux équations



Soit $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0 \text{ et } x - y = 0\}$. Montrer que F est un sev et donner une base.

9 Base d'un sev de $\mathbb{R}^4$



Soit $G = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ et } z = t\}$. Déterminer une base de G et sa dimension.

10 Une base de $\mathbb{R}^3$



Montrer que $((1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1))$ est une base de $\mathbb{R}^3$.

11 Polynômes s'annulant en 1



Soit $F = \{P \in \mathbb{R}_2[X] \mid P(1) = 0\}$. Montrer que F est un sev de $\mathbb{R}_2[X]$ et en donner une base.

12 Noyau et image en dimension 3



Soit $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x, y, z) = (x + y, y + z, x - z)$. Déterminer $\text{Ker } f$, $\text{Im } f$ et le rang de f .

13 Injective mais pas surjective



Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x, y) = (x + y, x - y, 2x)$. Montrer que f est injective, calculer son rang et dire si elle est surjective.

14 Un projecteur du plan



Soit $p : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $p(x, y) = (x - y, 0)$. Montrer que p est un projecteur, puis déterminer $\text{Ker } p$ et $\text{Im } p$.

15 Une somme directe dans $\mathbb{R}^3$

★★★

Soit $F = \text{Vect}((1, 1, 0), (0, 1, 1))$ et $G = \text{Vect}((1, 0, 1))$. Montrer que $\mathbb{R}^3 = F \oplus G$ et décomposer $(1, 2, 3)$.

16 Le théorème du rang en action

★★★

Soit $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ linéaire de rang 2. Quelle est la dimension de $\text{Ker } f$? f est-elle injective? surjective? Même question pour $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ avec $\text{Ker } g = \{0\}$.

17 La dérivation sur les polynômes

★★★

Soit $D : \mathbb{R}_3[X] \rightarrow \mathbb{R}_3[X]$, $D(P) = P'$. Montrer que D est linéaire, déterminer $\text{Ker } D$, $\text{Im } D$ et vérifier le théorème du rang.

18 Formule de Grassmann

★★★★

Dans $\mathbb{R}^4$, soit $F = \{x = y\}$ et $G = \{z = t\}$. Calculer $\dim F$, $\dim G$, $\dim(F \cap G)$, puis $\dim(F + G)$. La somme est-elle directe?

19 Hyperplan et droite supplémentaires

★★★★

Dans $\mathbb{R}^4$, soit $H = \{(x, y, z, t) \mid x + y + z + t = 0\}$ et $D = \text{Vect}((1, 1, 1, 1))$. Montrer que $\mathbb{R}^4 = H \oplus D$ et décomposer $u = (4, 0, 0, 0)$.

20 Un endomorphisme nilpotent

★★★★

Soit $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x, y, z) = (y, z, 0)$. Calculer f^2 et f^3 , puis $\text{Ker } f$, $\text{Ker } f^2$. Montrer que $\text{id} - f$ est bijective et donner son inverse.

21 Une symétrie



Avec le projecteur $p(x, y) = (x - y, 0)$, on pose $s = 2p - \text{id}$. Expliciter s , montrer que $s \circ s = \text{id}$, puis déterminer $\text{Ker}(s - \text{id})$ et $\text{Ker}(s + \text{id})$.

22 Base adaptée et projection



Dans $\mathbb{R}^3$, soit $F = \{x + y + z = 0\}$ et $D = \text{Vect}((1, 1, 1))$. Montrer que $((1, -1, 0), (0, 1, -1), (1, 1, 1))$ est une base de $\mathbb{R}^3$ adaptée à $F \oplus D$, puis exprimer la projection p sur D parallèlement à F .

23 Image d'une famille libre



Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$ injective et $(u_1, \dots, u_p)$ une famille libre de E . Démontrer que $(f(u_1), \dots, f(u_p))$ est libre dans F . Le résultat subsiste-t-il si f n'est pas injective ?

Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Sup

Tout le programme en un seul PDF de 134 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

 Zyro te conseille la suite

 Exercices corrigés de maths

Espaces vectoriels et applications
linéaires : exercices corrigés de maths
Maths Sup

 Cours de maths

Espaces vectoriels et applications
linéaires : cours de maths Maths Sup

 QCM de maths

Espaces vectoriels et applications
linéaires : QCM de maths Maths Sup

 Exercices corrigés de maths

Matrices et déterminants : exercices
corrigés de maths Maths Sup

 Exercices corrigés de maths

Dénombrement et probabilités :
exercices corrigés de maths Maths Sup

 Cours de maths

Matrices et déterminants : cours de
maths Maths Sup

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage