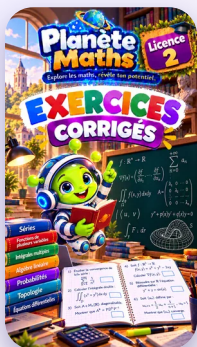


Espaces vectoriels et applications linéaires : exercices de maths Licence L2 à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 128 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

20 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Sous-espaces ou non ?



Dites si chaque partie de $\mathbb{R}^2$ est un sous-espace vectoriel, en justifiant.

- a. $A = \{(x, y) : x + y = 0\}$
- b. $B = \{(x, y) : x + y = 1\}$
- c. $C = \{(x, y) : xy = 0\}$
- d. $D = \{(x, y) : x \geq 0\}$

2 Combinaisons linéaires



Dans $\mathbb{R}^3$, soit $v = (1, 2, 3)$ et $w = (2, -1, 0)$.

- Calculer $2v - 3w$.
- Le vecteur $(5, 0, 3)$ appartient-il à $\text{Vect}(v, w)$? Et $(5, 3, 3)$?

3 Famille libre ou liée



Dans $\mathbb{R}^2$, les familles suivantes sont-elles libres ?

- $((1, 2), (3, 6))$
- $((2, 1), (1, 3))$
- $((1, 0), (0, 1), (1, 1))$

4 Calculer des dimensions



Donner la dimension de : a) $\mathbb{R}_3[X]$; b) $\mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$; c) $\mathbb{C}$ vu comme $\mathbb{R}$ -espace ; d) $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x = t\}$.

5 Linéaire ou pas ?



Parmi les applications de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$, lesquelles sont linéaires ?

- $f(x, y) = (2x - y, x + 3y)$
- $g(x, y) = (x + 1, y)$
- $h(x, y) = (xy, x)$

Calculer ensuite $f(2, 1)$.

6 Un noyau et une image dans le plan



Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x - 2y, -2x + 4y)$. Déterminer $\text{Ker } f$, $\text{Im } f$ et vérifier le théorème du rang.

7 La dérivation des polynômes



Soit $D : \mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R}_2[X]$, $P \mapsto P'$. Montrer que D est linéaire, puis déterminer son noyau, son image et son rang.

8 Base d'un sous-espace de $\mathbb{R}^4$



Soit $F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y = 0 \text{ et } z - t = 0\}$. Déterminer une base de F et sa dimension.

9 Famille liée dans $\mathbb{R}^3$



Soit $u_1 = (1, 2, 1)$, $u_2 = (2, 1, 0)$, $u_3 = (0, 3, 2)$. Montrer que la famille (u_1, u_2, u_3) est liée, puis donner le rang de la famille et une base de $\text{Vect}(u_1, u_2, u_3)$.

10 Un plan et une droite supplémentaires



Dans $\mathbb{R}^3$, soit $F = \{(x, y, z) : x + y + z = 0\}$ et $G = \text{Vect}((1, 1, 1))$. Montrer que $\mathbb{R}^3 = F \oplus G$, puis décomposer $(3, 0, 0)$.

11 Dimension d'une intersection



Soit F et G deux sous-espaces de $\mathbb{R}^5$ de dimension 3. a) Quelle est la plus petite valeur possible de $\dim(F \cap G)$? b) Si $\dim(F \cap G) = 1$, que vaut $F + G$? c) Quelle est la plus grande valeur possible de $\dim(F \cap G)$?

12 Noyau et image d'un endomorphisme

★★★

Soit $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x, y, z) = (x + y, y + z, x - z)$. Déterminer $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$.

L'application est-elle injective ? surjective ?

13 Appliquer le théorème du rang

★★★

Que peut-on dire dans chaque cas ? a) $f : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^3$ linéaire surjective : $\dim \text{Ker } f$? b)

$f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ linéaire injective : est-elle bijective ? c) $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^5$ linéaire : peut-elle être surjective ?

14 Interpolation et isomorphisme

★★★

Soit $\varphi : \mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $P \mapsto (P(0), P(1), P(2))$. a) Montrer que φ est linéaire et injective.

b) En déduire que c'est un isomorphisme. c) Calculer $\varphi(X^2)$.

15 Un supplémentaire dans $\mathbb{R}^4$

★★★

Soit $F = \text{Vect}((1, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 1))$. Proposer un supplémentaire G de F dans $\mathbb{R}^4$ et le justifier.

16 Un projecteur

★★★

Dans $\mathbb{R}^2$, soit $F = \text{Vect}((1, 1))$ et $G = \text{Vect}((1, 2))$. a) Montrer que $\mathbb{R}^2 = F \oplus G$ et

décomposer (x, y) . b) Soit p la projection sur F parallèlement à G : donner $p(x, y)$, vérifier

$p \circ p = p$, puis déterminer $\text{Ker } p$ et $\text{Im } p$.

17 Rang d'une composée

★★★★

Soit $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$ linéaires, E de dimension finie. Montrer que $\text{Ker } f \subset \text{Ker}(g \circ f)$ puis que $\text{rg}(g \circ f) \leq \min(\text{rg } f, \text{rg } g)$. Donner un exemple où $\text{rg}(g \circ f) < \text{rg } f$ strictement.

18 Endomorphisme de carré nul

★★★★

Soit u un endomorphisme d'un espace E de dimension n tel que $u \circ u = 0$. a) Montrer que $\text{Im } u \subset \text{Ker } u$. b) En déduire que $\text{rg } u \leq n/2$. c) Que dire pour $n = 5$? d) Vérifier avec $u(x, y, z, t) = (z, t, 0, 0)$ sur $\mathbb{R}^4$.

19 Hyperplan noyau d'une forme linéaire

★★★★

Soit $\varphi : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$, $\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4$. a) Montrer que φ est surjective et donner $\dim \text{Ker } \varphi$. b) Trouver une base de $\text{Ker } \varphi$. c) Plus généralement, quelle est la dimension du noyau d'une forme linéaire non nulle sur un espace de dimension n ?

20 Polynômes s'annulant en 1

★★★★

Dans $E = \mathbb{R}_3[X]$, soit $F = \{P \in E : P(1) = 0\}$ et G l'ensemble des polynômes constants. a) Montrer que F est un sous-espace et calculer sa dimension. b) Montrer que $E = F \oplus G$. c) Décomposer $P = X^3$.

Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 128 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de Licence L2

[Changer de niveau](#)

Niveau : Licence L2

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi



Zyro te conseille la suite

 Exercices corrigés de maths

Espaces vectoriels et applications
linéaires : exercices corrigés de maths
Licence L2

 Cours de maths

Espaces vectoriels et applications
linéaires : cours de maths Licence L2

Espaces vectoriels et applications
linéaires : QCM de maths Licence L2

Réduction des endomorphismes :
exercices corrigés de maths Licence L2

✓ Exercices corrigés de maths

Espaces préhilbertiens et euclidiens :
exercices corrigés de maths Licence L2

■ Cours de maths

Réduction des endomorphismes : cours
de maths Licence L2

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage