

Espaces vectoriels et applications linéaires : corrigé du contrôle de maths Licence L2 à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Un plan de $\mathbb{R}^3$

/ 4 pts

- a. $(0, 0, 0) \in F$, et pour $u, v \in F$, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, l'expression $x - y + 2z$ est linéaire donc nulle sur $\lambda u + \mu v$ (1 pt).
- b. Un élément s'écrit $(y - 2z, y, z) = y(1, 1, 0) + z(-2, 0, 1)$ (1 pt). Ces deux vecteurs sont dans F ($1 - 1 = 0$; $-2 - 0 + 2 = 0$) et non proportionnels : base de F , $\dim F = 2$ (1 pt).
- c. Non : $(1, 0, 0)$ et $(0, 1, 0)$ sont dans G mais pas leur somme $(1, 1, 0)$ (1 pt).

2 Famille de vecteurs

/ 4 pts

- a. $u_2 - u_1 = (0, 1, -2) = u_3$, soit $u_1 - u_2 + u_3 = 0$ (1 pt).
- b. u_1, u_2 ne sont pas proportionnels : libres ; $u_3 \in \text{Vect}(u_1, u_2)$. Rang 2 et base (u_1, u_2) (1 pt).
- c. Déterminant de u_1, u_2, w : $1 \cdot (1 \cdot 1 - 0 \cdot 0) - 0 + 2 \cdot (1 \cdot 0 - 1 \cdot 0) = 1 \neq 0$ (1 pt) ; trois vecteurs libres en dimension 3 forment une base (1 pt).

3 Une application linéaire de $\mathbb{R}^3$

/ 5 pts

- a. $x + 2y = 0$, $y = z$, $x + y + z = 0$ donnent $x = -2y$, $z = y$, et $-2y + y + y = 0$ est vérifiée. $\text{Ker } f = \text{Vect}((-2, 1, 1))$ (2 pts).
- b. $f(e_1) = (1, 0, 1)$, $f(e_2) = (2, 1, 1)$, $f(e_3) = (0, -1, 1) = 2f(e_1) - f(e_2)$. Une base de l'image est $((1, 0, 1), (2, 1, 1))$ (1 pt) ; un vecteur $(a + 2b, b, a + b)$ vérifie $z = x - y$, équation de $\text{Im } f$ (1 pt).
- c. $\text{rg } f = 2 = 3 - 1$ cohérent avec $\dim \text{Ker } f = 1$. Le noyau n'est pas réduit à $\{0\}$: pas injective ; le rang est $2 < 3$: pas surjective (1 pt).

4 Somme directe dans $\mathbb{R}^4$

/ 4 pts

- a. Si $\alpha a_1 + \beta a_2 + \gamma b_1 + \delta b_2 = 0$, les coordonnées donnent $\alpha + \gamma = 0$, $\alpha + \delta = 0$, $\beta + \gamma = 0$, $\beta - \delta = 0$. Alors $\gamma = \delta = -\alpha$, $\beta = \alpha$ et $\beta - \delta = 2\alpha = 0$: tous les coefficients sont nuls (2 pts).
- b. Quatre vecteurs libres dans $\mathbb{R}^4$ en forment une base ; donc $F + G = \mathbb{R}^4$ et $\dim F + \dim G = 4$, d'où $F \cap G = \{0\}$ et $\mathbb{R}^4 = F \oplus G$ (1 pt).
- c. On trouve $u = 2a_1 + a_2 + b_1$: la partie dans F est $(2, 2, 1, 1)$, celle dans G est $(1, 0, 1, 0)$; leur somme vaut bien $(3, 2, 2, 1)$ (1 pt).

5 Théorème du rang

/ 3 pts

- a. Non : $\text{rg } f \leq 4 < 7$, donc $\dim \text{Ker } f \geq 3$ (1 pt).
- b. $\text{rg } f = 4$, donc $\dim \text{Ker } f = 7 - 4 = 3$ (1 pt).
- c. $\text{rg } f = 7 - 5 = 2 < 4$: non surjective (1 pt).

Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



Entraîne-toi : défi express de Licence
L2

Changer de niveau

Niveau : Licence L2

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi



Zyro te conseille la suite



Contrôles de maths

Espaces vectoriels et applications
linéaires : contrôle de maths Licence L2



Cours de maths

Espaces vectoriels et applications
linéaires : cours de maths Licence L2



QCM de maths

Espaces vectoriels et applications
linéaires : QCM de maths Licence L2



Contrôles de maths

Réduction des endomorphismes :
contrôle de maths Licence L2



Contrôles de maths

Espaces préhilbertiens et euclidiens :
contrôle de maths Licence L2



Cours de maths

Réduction des endomorphismes : cours
de maths Licence L2

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage