

Espaces vectoriels : corrigé du contrôle de maths Licence L1 à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L1

Tout le programme en un seul PDF de 48 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Sous-espaces ou non

/ 4 pts

- $(0, 0, 0)$ vérifie l'équation (1 pt). Si (x, y, z) et (x', y', z') sont dans U , alors $2(\lambda x + \mu x') + (\lambda y + \mu y') - (\lambda z + \mu z') = \lambda \cdot 0 + \mu \cdot 0 = 0 : U$ est un sev (1 pt).
- $(1, 1) \in V$ mais $2 \cdot (1, 1) = (2, 2)$ n'est pas dans V , car $2 \neq 2^2$. V n'est pas stable par multiplication : ce n'est pas un sev (2 pts).

2 Base d'un sous-espace de $\mathbb{R}^4$

/ 4 pts

Les paramètres libres sont y et t : $(x, y, z, t) = (2y, y, y + t, t)$ (1 pt).

Donc $(x, y, z, t) = y(2, 1, 1, 0) + t(0, 0, 1, 1)$, ce qui montre que

$F = \text{Vect}((2, 1, 1, 0), (0, 0, 1, 1))$ (1 pt).

Si $a(2, 1, 1, 0) + b(0, 0, 1, 1) = 0$, la deuxième coordonnée donne $a = 0$, la quatrième $b = 0$: la famille est libre (1 pt). C'est une base de F et $\dim F = 2$ (1 pt).

3 Famille avec paramètre

/ 4 pts

a. On écrit $\alpha u + \beta v + \gamma w_m = 0$: $\alpha + 2\gamma = 0$, $\beta + 3\gamma = 0$, $2\alpha - \beta + m\gamma = 0$ (0,5 pt).

Les deux premières donnent $\alpha = -2\gamma$ et $\beta = -3\gamma$; la troisième devient

$(-4 + 3 + m)\gamma = (m - 1)\gamma = 0$ (1 pt). La famille est liée si et seulement si $m = 1$ (alors $w_1 = 2u + 3v$) (0,5 pt).

b. Pour $m = 0 \neq 1$, la famille est libre d'après a), avec $3 = \dim \mathbb{R}^3$ vecteurs : c'est une base (0,5 pt). On résout $au + bv + cw_0 = (3, 2, 1)$: $a + 2c = 3$, $b + 3c = 2$, $2a - b = 1$. Alors $a = 3 - 2c$, $b = 2 - 3c$, et $2(3 - 2c) - (2 - 3c) = 4 - c = 1$, donc $c = 3$, $a = -3$, $b = -7$ (1 pt). Coordonnées : $(-3, -7, 3)$ (0,5 pt).

4 Supplémentaires dans $\mathbb{R}^3$

/ 4 pts

a. Les deux vecteurs générateurs de F sont non colinéaires, donc $\dim F = 2$, et

$\dim G = 1$ (0,5 pt). Si $(t, t, 0) \in F$, alors

$(t, t, 0) = a(1, 0, 1) + b(0, 1, 1) = (a, b, a + b)$: $a = b = t$ et $a + b = 0$, donc $t = 0$ (1 pt). Ainsi $F \cap G = \{0\}$ et $\dim F + \dim G = 3$: $\mathbb{R}^3 = F \oplus G$ (0,5 pt).

b. On résout $a(1, 0, 1) + b(0, 1, 1) + c(1, 1, 0) = (3, 1, 2)$: $a + c = 3$, $b + c = 1$, $a + b = 2$ (0,5 pt). La somme donne $a + b + c = 3$, d'où $b = 0$, $a = 2$, $c = 1$ (1 pt). Donc $(3, 1, 2) = (2, 0, 2) + (1, 1, 0)$, avec $(2, 0, 2) \in F$ et $(1, 1, 0) \in G$ (0,5 pt).

5 Dimensions et somme

/ 4 pts

- a. $F + G$ est un sev de $\mathbb{R}^6$, donc $\dim(F + G) \leq 6$ (0,5 pt). La formule de Grassmann donne $\dim(F \cap G) = 4 + 3 - \dim(F + G) \geq 7 - 6 = 1$ (1 pt). L'intersection n'est donc pas réduite à $\{0\}$ (0,5 pt).
- b. Supplémentaires : $\dim F + \dim G' = 6$ (1 pt), donc $\dim G' = 2$ (1 pt).

Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L1

Tout le programme en un seul PDF de 48 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Zyro te conseille la suite



Contrôles de maths

Espaces vectoriels : contrôle de maths
Licence L1



Cours de maths

Espaces vectoriels : cours de maths
Licence L1

 QCM de maths

Espaces vectoriels : QCM de maths
Licence L1

 Contrôles de maths

Applications linéaires et matrices :
contrôle de maths Licence L1

 Contrôles de maths

Déterminants : contrôle de maths
Licence L1

 Cours de maths

Applications linéaires et matrices : cours
de maths Licence L1

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage