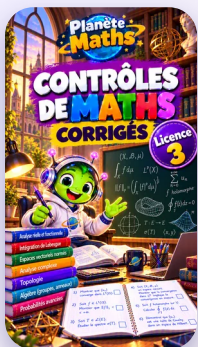


Espaces complets et point fixe : contrôle de maths Licence L3 à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 52 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Suite de Cauchy

/ 4 pts

Soit $v_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$. Montrer que $v_n = 1 - \frac{1}{n+1}$, que (v_n) est de Cauchy et donner un rang N tel que $|v_q - v_p| < 10^{-3}$ pour $p, q \geq N$. Quelle est la limite ?

2 Un point fixe par contraction

/ 4 pts

Soit $f(x) = \frac{1}{4+x^2}$ et $X = [0, \frac{1}{4}]$. Montrer que $f(X) \subset X$ et que f est $\frac{1}{8}$ -contractante sur X . En déduire que $x^3 + 4x - 1 = 0$ a une unique racine dans X . Combien d'itérations depuis $x_0 = 0$ pour garantir 10^{-6} ? (calculatrice autorisée)

3 Baire et les rationnels

/ 4 pts

Montrer que $\mathbb{Q}$ n'est pas une intersection dénombrable d'ouverts de $\mathbb{R}$. (Indication : supposer $\mathbb{Q} = \bigcap_n O_n$ et considérer aussi les ouverts $\mathbb{R} \setminus \{q_k\}$.)

4 Ascoli

/ 4 pts

(a) Sur $[0, 2\pi]$, $A = \{x \mapsto a \sin(bx) : |a| \leq 2, |b| \leq 3\}$ est-elle relativement compacte dans $C([0, 2\pi])$?

(b) Sur $[0, \pi]$, la famille $(\sin(nx))_{n \geq 1}$ est-elle équicontinue ? A-t-elle une sous-suite uniformément convergente ?

5 Picard pour $y' = 2y$

/ 4 pts

Sur $C([0, \frac{1}{4}])$, on pose $(T\varphi)(t) = 1 + 2 \int_0^t \varphi(s) ds$. Montrer que T est $\frac{1}{2}$ -contractant, calculer φ_1 et φ_2 depuis $\varphi_0 = 1$, et comparer $\varphi_2(\frac{1}{4})$ avec $e^{1/2}$.

Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 52 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

 Zyro te conseille la suite

 Corrigés de contrôles de maths

Espaces complets et point fixe : corrigé
du contrôle de maths Licence L3

 Cours de maths

Espaces complets et point fixe : cours de
maths Licence L3

 Exercices de maths

Espaces complets et point fixe : exercices
de maths Licence L3

 Corrigés de contrôles de maths

Mesure et intégrale de Lebesgue :
corrigé du contrôle de maths Licence L3

 Corrigés de contrôles de maths

Intégrales à paramètres et Fubini :
corrigé du contrôle de maths Licence L3

 Cours de maths

Mesure et intégrale de Lebesgue : cours
de maths Licence L3

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage