

Équations et inéquations : cours de maths 2de à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Dans un forfait de salle de sport, dans un budget de vacances ou dans un problème de mélange, on cherche souvent un nombre que l'on ne connaît pas : le nombre de séances, le prix d'un kilo, la durée maximale. Pour le trouver, on écrit une **équation** ou une **inéquation**, puis on la résout avec méthode. En seconde, tu vas apprendre à résoudre toutes les équations qui se ramènent au premier degré, à étudier le signe d'un produit ou d'un quotient avec un **tableau de signes**, et à résoudre des **systèmes** de deux équations.

1. Équations du premier degré

D Équation et solution

Une équation d'inconnue x est une égalité qui contient x . Une **solution** est un nombre qui rend l'égalité vraie quand on le met à la place de x . Résoudre l'équation, c'est trouver **toutes** ses solutions : on note leur ensemble S .

P Équations équivalentes

On ne change pas les solutions d'une équation quand on **ajoute ou retranche** le même nombre aux deux membres, ou quand on les **multiplie ou divise** par un même nombre **non nul**.

M Méthode

1. Développe et réduis chaque membre si besoin.
2. Regroupe les termes en x d'un côté et les nombres de l'autre.
3. Divise par le coefficient de x .
4. Vérifie en remplaçant, puis écris l'ensemble S .

E**Exemple 1**

Réolvons $3x - 7 = 5x + 9$.

On retranche $5x$ aux deux membres : $-2x - 7 = 9$. On ajoute 7 : $-2x = 16$. On divise par -2 : $x = -8$.

Vérification : $3 \times (-8) - 7 = -31$ et $5 \times (-8) + 9 = -31$. Donc $S = \{-8\}$.

Il existe deux cas particuliers. Si on arrive à une égalité toujours fausse comme $0 = 4$ (par exemple avec $2x + 3 = 2x + 7$), l'équation n'a **aucune solution** : $S = \emptyset$. Si on arrive à une égalité toujours vraie comme $0 = 0$ (par exemple avec $2(x + 1) = 2x + 2$), **tous les réels** sont solutions.

2. Équations produit nul**P****Produit nul**

Un produit de facteurs est nul si et seulement si **l'un au moins** de ses facteurs est nul :

$$A \times B = 0 \iff A = 0 \text{ ou } B = 0.$$

E**Exemple 2**

Réolvons $(2x - 5)(x + 3) = 0$.

Un produit est nul si l'un des facteurs est nul : $2x - 5 = 0$ ou $x + 3 = 0$, c'est-à-dire $x = \frac{5}{2}$ ou $x = -3$. Donc $S = \left\{-3; \frac{5}{2}\right\}$.

Quand l'équation n'est pas déjà un produit, on **factorise** : avec un facteur commun, ou avec l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

E

Exemple 3

Réolvons $(x + 1)^2 - 16 = 0$.

On factorise avec $a = x + 1$ et $b = 4$:

$(x + 1 - 4)(x + 1 + 4) = (x - 3)(x + 5) = 0$. Donc $x = 3$ ou $x = -5$.



Erreur classique

La règle ne marche que pour un produit égal à **zéro**. Si $(x - 3)(x + 2) = 6$, il est faux d'écrire « $x - 3 = 6$ ou $x + 2 = 6$ » : il faut d'abord développer pour se ramener à 0 d'un côté.

3. Équations avec quotients

Un quotient $\frac{A}{B}$ n'existe que si $B \neq 0$. Les valeurs de x qui annulent le dénominateur sont les **valeurs interdites** : on les repère toujours en premier.

P

Quotient nul et produit en croix

$\frac{A}{B} = 0$ si et seulement si $A = 0$ et $B \neq 0$.

Pour $B \neq 0$ et $D \neq 0$: $\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \iff A \times D = B \times C$.

E**Exemple 4**

Réolvons $\frac{x+2}{x-1} = 3$.

La valeur interdite est 1. Pour $x \neq 1$, on a $x+2 = 3(x-1)$, soit $x+2 = 3x-3$, donc $5 = 2x$ et $x = \frac{5}{2}$. Ce nombre est différent de 1 : $S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$.

Vérification : $\frac{4,5}{1,5} = 3$.

!**Astuce de Zyro**

Sur ma planète, on écrit la valeur interdite avant de calculer. Si une « solution » trouvée est une valeur interdite, on la rejette : elle n'a jamais le droit de figurer dans S !

4. Inéquations du premier degré**P****Règles de calcul**

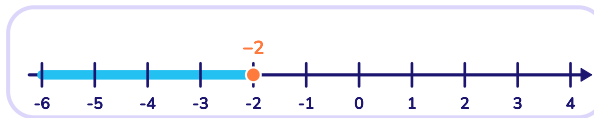
On peut ajouter ou retrancher le même nombre aux deux membres d'une inéquation sans changer le sens de l'inégalité. On peut multiplier ou diviser par un nombre **strictement positif** sans changer le sens. Mais si on multiplie ou divise par un nombre **strictement négatif**, on **change le sens** de l'inégalité.

E**Exemple 5**

Réolvons $-3x + 5 > 11$.

On retranche 5 : $-3x > 6$. On divise par -3 , donc on change le sens : $x < -2$.

L'ensemble des solutions est l'intervalle $S =]-\infty ; -2[$. Le nombre -2 est exclu, car l'inégalité est stricte.

**A****Attention**

Diviser par -3 retourne l'inégalité : $-3x > 6$ donne $x < -2$, pas $x > -2$. Pour vérifier, teste un nombre : $x = -5$ donne $15 + 5 = 20 > 11$, c'est vrai.

5. Signe d'un produit, d'un quotient : le tableau de signes

P**Signe de $ax + b$**

Pour $a \neq 0$, l'expression $ax + b$ s'annule en $x = -\frac{b}{a}$. Si $a > 0$, elle est négative avant cette valeur et positive après ; si $a < 0$, c'est l'inverse.

M

Méthode : tableau de signes

1. Factorise l'expression et ramène le second membre à 0.
2. Cherche la valeur où s'annule chaque facteur et range-les dans l'ordre croissant.
3. Place le signe de chaque facteur dans une ligne, puis applique la règle des signes pour le produit ou le quotient.
4. Lis les intervalles demandés (une double barre indique une valeur interdite).

E

Exemple 6

Réolvons $(2x - 4)(x + 3) \leq 0$.

Le facteur $2x - 4$ s'annule en 2, le facteur $x + 3$ en -3 .

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
$2x - 4$	-		0	+	
$x + 3$	-	0	+	+	
$(2x - 4)(x + 3)$	+	0	-	0	+

Le produit est négatif ou nul entre -3 et 2 : $S = [-3 ; 2]$.

E

Exemple 7

Réolvons $\frac{x + 1}{x - 4} < 0$. La valeur interdite est 4.

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$
$x + 1$	-	0	+	+
$x - 4$	-	-	0	+
$(x + 1)/(x - 4)$	+	0	-	+

Le quotient est strictement négatif entre -1 et 4 : $S =] - 1 ; 4[$. Le 4 est exclu (valeur interdite) et le -1 aussi (inégalité stricte).

6. Résoudre un problème

M

Méthode en cinq étapes

1. Choisis l'inconnue et dis ce qu'elle représente, avec son unité.
2. Traduis l'énoncé par une équation ou une inéquation.
3. Résous-la.
4. Vérifie que la solution est possible dans le contexte (positive, entière...).
5. Rédige une phrase-réponse.

E

Exemple 8

Une base nautique loue un canoë : **14 €** de forfait, plus **6 €** par heure. Avec un budget de **50 €**, combien d'heures peut-on naviguer au maximum ?

Soit h la durée en heures. Le coût est $14 + 6h$ et il doit vérifier $14 + 6h \leq 50$, soit $6h \leq 36$, donc $h \leq 6$. On peut naviguer au plus **6** heures, et on paie alors exactement **50 €**.

7. Systèmes de deux équations à deux inconnues

D Système

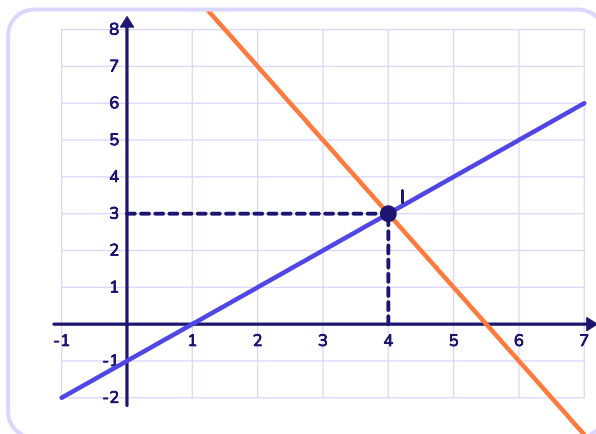
Un système de deux équations à deux inconnues x et y est un couple de deux équations. Une solution est un **couple** $(x; y)$ qui vérifie les deux équations à la fois.

Il y a deux méthodes. Par **substitution**, on exprime une inconnue avec l'autre dans une équation, puis on la remplace dans l'autre. Par **combinaison**, on additionne ou soustrait les équations, éventuellement multipliées par un nombre, pour faire disparaître une inconnue.

E Exemple 9

$$\text{Résolvons } \begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - y = 1 \end{cases}.$$

On additionne les deux équations : $3x = 12$, donc $x = 4$. Dans la seconde : $4 - y = 1$, donc $y = 3$. Vérification : $2 \times 4 + 3 = 11$ et $4 - 3 = 1$. Donc $S = \{(4; 3)\}$.



Chaque équation est celle d'une droite : la solution du système est le **point d'intersection** des deux droites. Si elles sont parallèles, il n'y a aucune solution ; si elles sont confondues, il y en a une infinité.

E**Exemple 10**

Réolvons $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 3y = 18 \end{cases}$ par combinaison.

On multiplie la première par **3** et la seconde par **2** : $9x + 6y = 21$ et $10x - 6y = 36$.

On additionne : $19x = 57$, donc $x = 3$. Puis $2y = 7 - 9 = -2$, donc $y = -1$.

$S = \{(3; -1)\}$.

À retenir

- On résout une équation du premier degré en isolant x ; on vérifie toujours le résultat.
- $A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ ou $B = 0$: on factorise pour se ramener à un produit nul.
- Pour un quotient, on cherche d'abord les valeurs interdites ; $\frac{A}{B} = 0$ équivaut à $A = 0$ et $B \neq 0$.
- Multiplier ou diviser une inéquation par un nombre négatif change le sens de l'inégalité.
- Pour le signe d'un produit ou d'un quotient, on construit un tableau de signes.
- Un système se résout par substitution ou par combinaison ; graphiquement, c'est l'intersection de deux droites.

Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

 Zyro te conseille la suite

 Exercices de maths

Équations et inéquations : exercices de maths 2de

 Contrôles de maths

Équations et inéquations : contrôle de maths 2de

 QCM de maths

Équations et inéquations : QCM de maths 2de

 Exercices de maths

Généralités sur les fonctions : exercices de maths 2de

 Exercices de maths

 Contrôles de maths

Variations et extremums : exercices de maths 2de

Généralités sur les fonctions : contrôle de maths 2de

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage