

Équations différentielles linéaires : exercices de maths Maths Spé à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 133 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

20 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Vrai ou faux autour de Cauchy

★ ★ ★

Soit $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ et B continue sur $\mathbb{R}$. Justifie chaque affirmation.

- L'espace des solutions de $X' = AX$ est de dimension 3.
- Si X_1, X_2 résolvent $X' = AX + B$, alors $X_1 + X_2$ aussi.
- Si X_1, X_2 résolvent $X' = AX + B$, alors $X_1 - X_2$ résout $X' = AX$.
- Une solution non nulle de $X' = AX$ peut s'annuler en un instant t_0 .

2 Exponentielle d'une matrice diagonale



Soit $A = \text{diag}(2, -3)$. Calcule e^{tA} , puis résous $X' = AX$ avec $X(0) = (4, 5)$.

3 Une matrice nilpotente



Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a. Calcule A^2 , puis e^{tA} .

b. Résous $X' = AX$ avec $X(0) = (1, 2)$.

4 Équation d'ordre 2 : deux racines réelles



Résous $y'' - 5y' + 6y = 0$ avec $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$.

5 Oscillateur harmonique



Résous $y'' + 9y = 0$ avec $y(0) = 2$ et $y'(0) = 6$, puis donne l'amplitude de la solution.

6 Calculs de Wronskiens



Calcule le Wronskien de :

a. $y_1 = \cos 2t$ et $y_2 = \sin 2t$;

b. $y_1 = e^t$ et $y_2 = e^{-t}$.

Dans chaque cas, ces fonctions forment-elles une base des solutions d'une équation d'ordre 2 ?

7 Équation du premier ordre avec second membre



Résous $y' = 2y + 4t$ sur $\mathbb{R}$ en cherchant une solution particulière affine.

8 Un système de dimension 2



Résous $X' = AX$ avec $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ et $X(0) = (1, 4)$.

9 Rotation dans le plan



Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

- Écris $A = 2J$ avec $J^2 = -I$ et déduis e^{tA} .
- Résous $X' = AX$, $X(0) = (3, 0)$, et montre que $x^2 + y^2$ est constant.

10 Racines complexes avec amortissement



Résous $y'' + 2y' + 5y = 0$ avec $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$.

11 Racine double et second membre



On considère $y'' - 4y' + 4y = e^{2t}$.

- Vérifie que $y_p(t) = \frac{t^2}{2}e^{2t}$ est solution.
- Détermine la solution vérifiant $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$.

12 Formule d'Abel



Soit $y'' + 3y' + 2y = 0$.

- Vérifie que e^{-t} et e^{-2t} sont solutions et calcule leur Wronskien W .
- Vérifie que $W' = -3W$ et conclus.

13 Stabilité de deux systèmes



Étudie le comportement en $+\infty$ des solutions de $X' = A_1X$ et $X' = A_2X$ avec $A_1 = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ et $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

14 Exponentielle d'un projecteur



Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Calcule A^2 , puis e^{tA} , et vérifie que $\frac{d}{dt}e^{tA} = Ae^{tA}$.

15 Variation des constantes pour un système



Résous $X' = AX + B(t)$ avec $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B(t) = (e^{3t}, 2e^{3t})$ et $X(0) = (0, 0)$.

16 Déterminant d'une exponentielle



Pour $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, montre que $\det e^A = e^{\text{tr}A}$, puis généralise aux matrices diagonalisables.

17 Résonance



Résous $y'' + 4y = \cos 2t$. Vérifie que $y_p = \frac{t}{4} \sin 2t$ convient et commente le comportement des solutions.

18 Régimes d'un oscillateur amorti



Soit $y'' + ky' + 4y = 0$ avec $k > 0$.

- Selon k , donne le régime (pseudo-périodique, critique, apériodique).
- Pour $k = 1$, détermine la pseudo-période.
- Montre que toute solution tend vers 0 en $+\infty$.

19 Solutions globales et explosion



Compare $y' = 2ty$ et $y' = y^2$ avec $y(0) = 1$: sur quels intervalles les solutions maximales sont-elles définies ? Quel théorème l'explique ?

20 Variation des constantes avec une tangente



Résous $y'' + y = \tan t$ sur $] -\pi/2, \pi/2[$ par variation des constantes avec la base $(\cos, \sin)$.

Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 133 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

 **Zyro te conseille la suite**

✓ Exercices corrigés de maths

Équations différentielles linéaires :
exercices corrigés de maths Maths Spé

■ Cours de maths

Équations différentielles linéaires : cours
de maths Maths Spé

🎯 QCM de maths

Équations différentielles linéaires : QCM
de maths Maths Spé

✓ Exercices corrigés de maths

Probabilités et variables aléatoires
discrètes : exercices corrigés de maths
Maths Spé

✓ Exercices corrigés de maths

Algèbre générale et dualité : exercices
corrigés de maths Maths Spé

■ Cours de maths

Probabilités et variables aléatoires
discrètes : cours de maths Maths Spé

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage