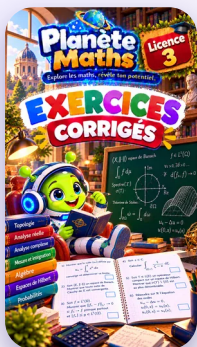


Équations différentielles : exercices de maths Licence L3 à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 126 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

20 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Passer à l'ordre 1

★☆☆

Mets l'équation $y'' + 5y' + 6y = 0$ sous la forme d'un système $Y' = AY$, puis donne les valeurs propres de A .

2 Lipschitz ou pas ?

★☆☆

Pour chaque fonction, dis si elle est localement lipschitzienne en y (justifie brièvement) : (a) $f(y) = |y|$; (b) $f(y) = y^3$; (c) $f(y) = \sqrt{|y|}$; (d) $f(y) = \sin y$.

3 Exponentielle d'une diagonale



Soit $A = \text{diag}(2, -1, 0)$. Calcule e^{tA} puis $\det(e^A)$.

4 Une matrice nilpotente



Soit $N = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Calcule e^{tN} et résous $Y' = NY$ avec $Y(0) = (2, 1)$.

5 Une équation à variable séparable



Résous $y' = ty$ avec $y(0) = 3$, puis calcule $y(2)$. La solution est-elle globale ?

6 Équilibres d'une équation logistique



Soit $x' = \frac{1}{2}x(4 - x)$. Détermine les équilibres et leur stabilité.

7 Une explosion



Résous $y' = y^2$ avec $y(0) = 2$ et donne l'intervalle de définition de la solution maximale.

8 Estimation par Gronwall



Soit $u : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}_+$ continue telle que $u(t) \leq 0,2 + 3 \int_0^t u(s) ds$. Majore $u(2)$; que devient la borne si $0,2$ est remplacé par 0 ?

9 Un système symétrique



Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Calcule e^{tA} et résous $Y' = AY$ avec $Y(0) = (2, 0)$.

10 Une rotation



Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. Montre que $e^{tA} = \begin{pmatrix} \cos 2t & -\sin 2t \\ \sin 2t & \cos 2t \end{pmatrix}$, puis résous $Y' = AY$, $Y(0) = (1, 1)$. Que vaut $\|Y(t)\|$?

11 Un bloc de Jordan



Soit $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Calcule e^{tA} , résous $Y' = AY$ avec $Y(0) = (0, 1)$ et calcule $Y(1)$.
L'origine est-elle stable ?

12 Formule de Duhamel



Résous $y' = -2y + 6e^t$ avec $y(0) = 1$ à l'aide de la formule de Duhamel.

13 Classer trois matrices



Calcule la trace, le déterminant et la nature de l'origine pour $Y' = AY$: (a)

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}; \text{ (b) } A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}; \text{ (c) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

14 Non-unicité



On considère $y' = 2\sqrt{|y|}$ avec $y(0) = 0$. (a) Montre que $z_0 = 0$ et $z_1(t) = t^2$ si $t \geq 0$, 0 sinon, sont solutions. (b) Pour $c \geq 0$, $y_c(t) = (t - c)^2$ si $t \geq c$, 0 sinon, est-elle solution ? Calcule $y_c(3)$ pour $c = 1$. (c) Pourquoi cela ne contredit-il pas Cauchy-Lipschitz ?

15 Solutions maximales



Détermine la solution maximale de (a) $y' = 1 + y^2$, $y(0) = 0$; (b) $y' = ty^2$, $y(0) = 1$, avec son intervalle de définition. Que se passe-t-il aux bornes ?

16 Dépendance continue

★★★

Soit $f(t, y) = \sin y + t$, y_1 et y_2 deux solutions avec $y_1(0) = 0$ et $y_2(0) = 0,05$. (a) Montre que $|y_1(t) - y_2(t)| \leq 0,05 e^t$ pour $t \geq 0$. (b) Pour quelles valeurs de t la borne garantit-elle un écart au plus égal à $0,5$?

17 Démonstration de Gronwall

★★★

Redémontre le lemme de Gronwall : si u est continue, positive sur $[0, T]$ et $u(t) \leq a + L \int_0^t u$ avec $L \geq 0$, alors $u(t) \leq a e^{Lt}$. Quelle fonction auxiliaire introduis-tu ?

18 Exponentielle d'un bloc de Jordan 3x3

★★★

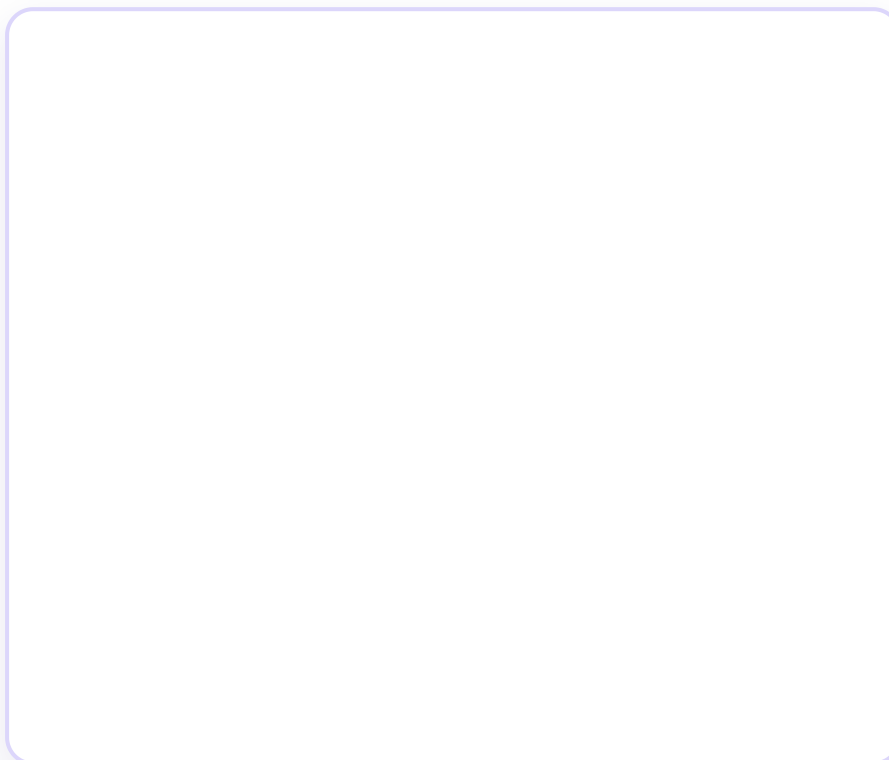
Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Écris $A = 2I + N$, calcule N^2 , N^3 , puis e^{tA} et la solution de $Y' = AY$ avec $Y(0) = (1, 2, 3)$.

19

Un système de compétition

★★★★

Deux espèces en compétition évoluent selon $x' = x(2 - x - y)$, $y' = y(3 - 2x - y)$ pour $x, y \geq 0$. (a) Détermine les quatre équilibres O, P, Q, R . (b) Calcule la matrice jacobienne et classe chaque équilibre. (c) Que se passe-t-il généralement à long terme ?



équations différentielles Licence L3 : portrait de phase d'un système de compétition entre deux espèces avec les équilibres O, P, Q et R

20

Fonction de Lyapunov

★★★★

Soit le système $x' = -y - x^3$, $y' = x - y^3$. (a) Que dit la linéarisation en $(0, 0)$? (b) Avec $V(x, y) = x^2 + y^2$, calcule $\frac{d}{dt}V$ le long des solutions et conclus.

Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 126 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Zyro te conseille la suite

Exercices corrigés de maths

Équations différentielles : exercices corrigés de maths Licence L3

Cours de maths

Équations différentielles : cours de maths Licence L3

QCM de maths

Équations différentielles : QCM de maths Licence L3

Exercices corrigés de maths

Fonctions holomorphes : exercices corrigés de maths Licence L3

✓ **Exercices corrigés de maths**

Singularités et théorème des résidus :
exercices corrigés de maths Licence L3

■ **Cours de maths**

Fonctions holomorphes : cours de maths
Licence L3

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage