

Équations différentielles linéaires : corrigé du contrôle de maths Maths Spé à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Système à coefficients constants

/ 4 pts

- a. $\chi_A = \lambda^2 - 6\lambda + 5 = (\lambda - 1)(\lambda - 5)$ (1 pt). Pour 1 : $v_1 = (3, -1)$; pour 5 : $v_2 = (1, 1)$ (1 pt).
- b. $X = c_1 e^t (3, -1) + c_2 e^{5t} (1, 1)$ (1 pt).
- c. $3c_1 + c_2 = 7$ et $-c_1 + c_2 = 3$ donnent $c_1 = 1$, $c_2 = 4$:
 $X(t) = (3e^t + 4e^{5t}, -e^t + 4e^{5t})$ (1 pt).

2 Exponentielle et variation des constantes

/ 4 pts

a. $N = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $N^2 = 0$, donc $e^{tA} = e^{-t}(I + tN) = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 & 2t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (1,5 pt).

b. $e^{-sA}B(s) = e^s \begin{pmatrix} 1 & -2s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} (0, e^{-s}) = (-2s, 1)$, d'intégrale $(-t^2, t)$ (1 pt).

$$X(t) = e^{-t}(-t^2 + 2t^2, t) = e^{-t}(t^2, t) \text{ (1 pt).}$$

c. Par linéarité, on ajoute $e^{tA}(1, 0) = (e^{-t}, 0)$: $X(t) = e^{-t}(1 + t^2, t)$ (0,5 pt).

3 Équation d'ordre 2 homogène et Wronskien

/ 4 pts

a. $\Delta = 4 - 20 = -16$, racines $1 \pm 2i$ (1 pt).

b. $y = e^t(a \cos 2t + b \sin 2t)$ (1 pt).

c. $y(0) = a = 0$; $y'(0) = a + 2b = 2$, donc $b = 1$: $y = e^t \sin 2t$ (1 pt).

d. $W = e^{2t} [\cos 2t(\sin 2t + 2 \cos 2t) - (\cos 2t - 2 \sin 2t) \sin 2t] = 2e^{2t}$, et
 $W' = 4e^{2t} = 2W = -aW$ avec $a = -2$ (1 pt).

4 Variation des constantes à l'ordre 2

/ 4 pts

a. Base (e^t, e^{-t}) ; $W = e^t(-e^{-t}) - e^t e^{-t} = -2$ (1 pt).

b. $c'_1 = -y_2 f/W = \frac{1}{2}$, $c'_2 = y_1 f/W = -\frac{1}{2}e^{2t}$, d'où $c_1 = \frac{t}{2}$, $c_2 = -\frac{1}{4}e^{2t}$ et
 $y_p = \frac{t}{2}e^t - \frac{1}{4}e^t$ (1,5 pt). On peut garder $y_p = \frac{t}{2}e^t$, qui diffère par un élément de S_H .

c. $y = c_1 e^t + c_2 e^{-t} + \frac{t}{2}e^t$. $y(0) = c_1 + c_2 = 0$; $y'(0) = c_1 - c_2 + \frac{1}{2} = 1$ donc
 $c_1 - c_2 = \frac{1}{2}$, $c_1 = \frac{1}{4}$, $c_2 = -\frac{1}{4}$: $y = \frac{1}{4}e^t - \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{t}{2}e^t$ (1,5 pt).

5 Étude qualitative d'un oscillateur

/ 4 pts

$$\Delta = m^2 - 16.$$

- $m = 0$: racines $\pm 2i$, solutions périodiques de période π , non amorties (1 pt).
- $m = 1$: racines $\frac{-1 \pm i\sqrt{15}}{2}$, régime pseudo-périodique amorti, $y \rightarrow 0$ en oscillant (1 pt).
- $m = 4$: racine double -2 , $y = (a + bt)e^{-2t} \rightarrow 0$, régime critique (1 pt).
- $m = 5$: racines -1 et -4 , $y = ae^{-t} + be^{-4t} \rightarrow 0$ sans oscillation, régime apériodique (1 pt).

Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

Zyro te conseille la suite

Contrôles de maths

Équations différentielles linéaires :
contrôle de maths Maths Spé

Cours de maths

Équations différentielles linéaires : cours
de maths Maths Spé

 QCM de maths

Équations différentielles linéaires : QCM
de maths Maths Spé

 Contrôles de maths

Probabilités et variables aléatoires
discrètes : contrôle de maths Maths Spé

 Contrôles de maths

Algèbre générale et dualité : contrôle de
maths Maths Spé

 Cours de maths

Probabilités et variables aléatoires
discrètes : cours de maths Maths Spé

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage