

Droites et systèmes linéaires : cours de maths 2de à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Un forfait de téléphone, une course en taxi, la montée d'une rampe : dès qu'une grandeur augmente (ou diminue) **régulièrement**, une droite apparaît. Dans ce chapitre, tu vas apprendre à **décrire une droite par une équation**, à reconnaître deux droites parallèles, puis à résoudre des **systèmes de deux équations** à deux inconnues, par le calcul comme sur un graphique.

1. L'équation réduite d'une droite

Le plan est muni d'un repère. Une droite qui n'est pas verticale se décrit toujours par une équation de la forme « $y = \text{quelque chose en } x$ ».

D Équation réduite

Toute droite d non parallèle à l'axe des ordonnées possède une équation de la forme

$$y = mx + p$$

où m et p sont deux nombres réels. Un point $M(x; y)$ appartient à d si et seulement si ses coordonnées vérifient cette égalité.

Pour savoir si un point appartient à une droite, on **remplace** x et y par ses coordonnées. Par exemple, le point $K(3; 5)$ est sur la droite $y = 2x - 1$, car $2 \times 3 - 1 = 5$. Le point $L(3; 6)$ n'y est pas, car $6 \neq 5$.

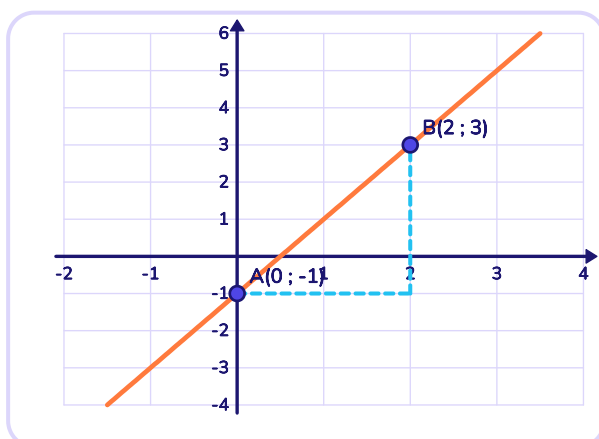
Une droite **verticale** est un cas à part : elle a pour équation $x = k$, où k est l'abscisse commune de tous ses points. Elle n'a pas d'équation réduite de la forme $y = mx + p$.

2. Le coefficient directeur

D Coefficient directeur

Dans $y = mx + p$, le nombre m est le **coefficient directeur** (ou pente) de la droite.

Quand x augmente de 1 , y varie de m : la droite monte si $m > 0$, descend si $m < 0$, et elle est horizontale si $m = 0$.



Sur la figure, pour passer de A à B , on avance de **2** en abscisse et on monte de **4** en ordonnée : la pente est $\frac{4}{2} = 2$.

P

Calcul du coefficient directeur

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points d'une même droite non verticale, alors

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}, \quad x_A \neq x_B.$$

⚠

Piège

Garde le **même ordre** au numérateur et au dénominateur : si tu écris $y_B - y_A$ en haut, écris $x_B - x_A$ en bas. Intervertir un seul des deux fait changer le signe de la pente.

3. L'ordonnée à l'origine

D

Ordonnée à l'origine

Le nombre p de l'équation $y = mx + p$ est l'**ordonnée à l'origine** : c'est l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées, c'est-à-dire le point $(0; p)$.

M**Méthode : trouver l'équation d'une droite passant par deux points**

1. Calcule $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
2. Écris $y = mx + p$ avec ce m .
3. Remplace x et y par les coordonnées de A : tu obtiens une équation d'inconnue p , que tu résous.
4. Vérifie avec le point B .

E**Exemple 1**

Détermine l'équation réduite de la droite (AB) avec $A(1; 3)$ et $B(4; 9)$.

$$m = \frac{9 - 3}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2. \text{ Donc } y = 2x + p.$$

Le point A est sur la droite : $3 = 2 \times 1 + p$, donc $p = 1$.

La droite (AB) a pour équation $y = 2x + 1$. Vérification avec B : $2 \times 4 + 1 = 9$.
C'est bon.

Pour **tracer** une droite, il suffit de deux points : on choisit deux valeurs de x , on calcule les y correspondants, on place les points et on les relie avec la règle.

4. L'équation cartésienne

D Équation cartésienne

Toute droite du plan peut s'écrire

$$ax + by + c = 0$$

avec a, b, c réels, a et b n'étant pas tous les deux nuls. C'est une équation cartésienne de la droite.

Cette écriture est pratique pour une droite verticale ($b = 0$ donne $x = -\frac{c}{a}$). Quand $b \neq 0$, on isole y pour retrouver l'équation réduite :

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}.$$

E Exemple 2

Donne l'équation réduite de la droite d'équation cartésienne $3x + 2y - 6 = 0$.

On isole $2y$: $2y = -3x + 6$, puis on divise par 2 : $y = -\frac{3}{2}x + 3$.

Le coefficient directeur est $-\frac{3}{2}$ et l'ordonnée à l'origine est 3 .

! Astuce de Zyro

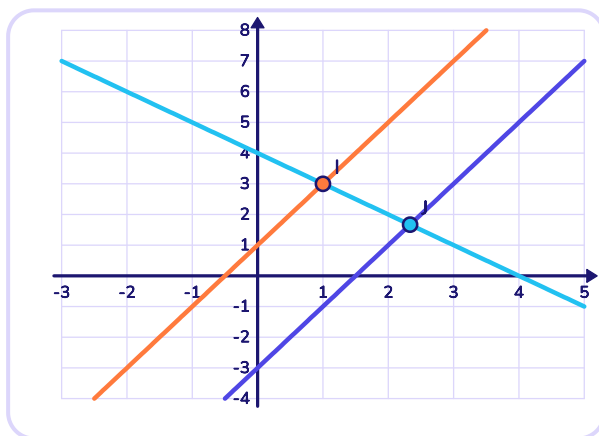
Sur ma planète, on lit une droite comme un escalier : l'ordonnée à l'origine, c'est la hauteur de la première marche, et le coefficient directeur, c'est la hauteur gagnée à chaque pas en avant.

5. Droites parallèles et droites sécantes

P Position relative de deux droites

Soit $d : y = mx + p$ et $d' : y = m'x + p'$.

- Si $m = m'$ et $p \neq p'$, les droites sont **strictement parallèles** (aucun point commun).
- Si $m = m'$ et $p = p'$, elles sont **confondues**.
- Si $m \neq m'$, elles sont **sécantes** : elles ont un unique point commun.



Sur la figure, $d_1 : y = 2x + 1$ et $d_2 : y = 2x - 3$ ont la même pente **2** : elles sont parallèles. La droite $d_3 : y = -x + 4$ a une pente différente, donc elle coupe chacune des deux autres.

E Exemple 3

Les droites $y = 4x - 1$ et $2y - 8x + 6 = 0$ sont-elles parallèles ?

La seconde s'écrit $2y = 8x - 6$, soit $y = 4x - 3$. Les deux pentes valent **4** et les ordonnées à l'origine **-1** et **-3** sont différentes : les droites sont strictement parallèles.

6. Systèmes de deux équations à deux inconnues

D Système

Un système de deux équations à deux inconnues x et y est de la forme

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Une **solution** est un couple $(x ; y)$ qui vérifie les deux équations à la fois.

Chaque équation est celle d'une droite : **résoudre le système, c'est chercher les points communs aux deux droites**. Trois situations se présentent :

- droites sécantes : une seule solution ;
- droites strictement parallèles : aucune solution ;
- droites confondues : une infinité de solutions.

M Méthode par substitution

1. Isole une inconnue dans l'une des équations.
2. Remplace-la dans l'autre équation : tu obtiens une équation à une seule inconnue.
3. Résous-la, puis calcule l'autre inconnue.
4. Vérifie dans les deux équations.

E**Exemple 4 : substitution**

$$\text{Résous } \begin{cases} y = 2x - 1 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

On remplace y dans la seconde équation : $3x + 2(2x - 1) = 12$, soit $7x - 2 = 12$, donc $x = 2$. Alors $y = 2 \times 2 - 1 = 3$.

Vérification : $3 \times 2 + 2 \times 3 = 12$. Le système a pour solution $(2; 3)$.

M**Méthode par combinaison**

1. Multiplie les équations pour que les coefficients d'une inconnue soient opposés.
2. Additionne membre à membre : cette inconnue disparaît.
3. Résous, puis retrouve l'autre inconnue.

E**Exemple 5 : combinaison**

$$\text{Résous } \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$$

On multiplie la première équation par 3 et la seconde par 2 : $9x + 6y = 21$ et $4x - 6y = -8$. On additionne : $13x = 13$, donc $x = 1$.

Dans la première équation : $3 + 2y = 7$, donc $y = 2$. La solution est $(1; 2)$.

Vérification dans la seconde : $2 - 6 = -4$.

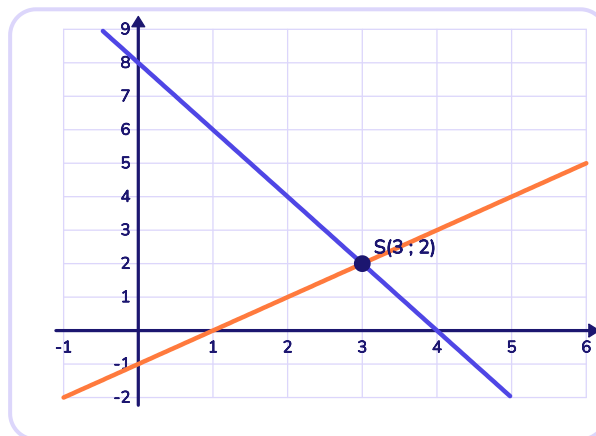


Piège

Quand tu multiplies une équation, multiplie **tous** ses termes, y compris le second membre. Et n'oublie jamais de donner la solution sous forme d'un **couple**.

7. Résolution graphique d'un système

On trace les deux droites dans un même repère. Si elles se coupent, les coordonnées du point d'intersection sont la solution du système.



Exemple 6

Résous graphiquement
$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 8 \end{cases}$$

On trace $y = x - 1$ (points $(0; -1)$ et $(4; 3)$) et $y = -2x + 8$ (points $(1; 6)$ et $(4; 0)$). Elles se coupent en $S(3; 2)$.

Vérification par le calcul : $3 - 1 = 2$ et $-2 \times 3 + 8 = 2$. La solution est $(3; 2)$.

La lecture graphique est approchée : il faut toujours **vérifier par le calcul** que le couple lu satisfait bien les deux équations.

8. Mettre un problème en système

Pour un problème concret, on choisit les inconnues, on traduit chaque phrase par une équation, on résout, puis on répond par une phrase. Par exemple, si deux tarifs s'écrivent $y = 8x$ et $y = 5x + 30$, le point d'intersection indique le nombre de séances x pour lequel les deux tarifs sont égaux (ici $3x = 30$, donc $x = 10$).

À retenir

- Une droite non verticale a une équation réduite $y = mx + p$; une droite verticale a pour équation $x = k$.
- $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ est le **coefficient directeur** ; p est l'**ordonnée à l'origine**.
- Une équation cartésienne $ax + by + c = 0$ se ramène à $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ si $b \neq 0$.
- Deux droites sont **parallèles** si et seulement si elles ont le même coefficient directeur.
- Un système de deux équations a une solution, aucune ou une infinité, selon que les droites sont sécantes, parallèles ou confondues.
- On résout par **substitution** ou par **combinaison**, et on **vérifie** toujours le couple trouvé.
- Graphiquement, la solution est le point d'intersection des deux droites.

Le livre de cours de maths 2de

Tout le programme en un seul PDF de 99 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

 **Zyro te conseille la suite**

 Exercices de maths

Droites et systèmes linéaires : exercices de maths 2de

 Contrôles de maths

Droites et systèmes linéaires : contrôle de maths 2de

 QCM de maths

Droites et systèmes linéaires : QCM de maths 2de

 Exercices de maths

Géométrie dans l'espace : exercices de maths 2de

 Exercices de maths

Statistiques descriptives : exercices de maths 2de

 Contrôles de maths

Géométrie dans l'espace : contrôle de maths 2de

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage