

# Dérivation et formules de Taylor : exercices de maths Licence L1 à télécharger en PDF



## Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L1

Tout le programme en un seul PDF de 123 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

20 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

### 1 Nombre dérivé par la définition

★☆☆

Soit  $f(x) = x^2 + 3x$ . Calcule le taux d'accroissement de  $f$  en  $a = 2$ , puis  $f'(2)$  et l'équation de la tangente en  $a = 2$ .

### 2 Vrai ou faux ?

★☆☆

Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant. a) Si  $f$  est dérivable en  $a$ , elle est continue en  $a$ . b) Si  $f$  est continue en  $a$ , elle est dérivable en  $a$ . c) La fonction  $x \mapsto |x|$  est dérivable en 0.

### 3 Calculs de dérivées



Dérive : a)  $f(x) = (3x^2 - 1)e^{2x}$  ; b)  $g(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$  ; c)  $h(x) = \sqrt{1+x^2}$ .

### 4 Rolle sur un trinôme



Vérifie que  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  satisfait les hypothèses du théorème de Rolle sur  $[1, 3]$  et détermine le réel  $c$  fourni.

### 5 Accroissements finis pour le carré



Pour  $f(x) = x^2$  sur  $[1, 4]$ , détermine le réel  $c$  du théorème des accroissements finis.

### 6 Convexité d'un polynôme



Étudie la convexité de  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 1$  et précise son point d'inflexion.

### 7 Un développement limité simple



Donne le développement limité d'ordre 3 en 0 de  $f(x) = \cos(2x) + e^{-x}$ .

### 8 Dérivable avec une dérivée discontinue



On pose  $f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$  pour  $x \neq 0$  et  $f(0) = 0$ . 1) Montre que  $f$  est dérivable en 0. 2) Calcule  $f'(x)$  pour  $x \neq 0$  et montre que  $f'$  n'a pas de limite en 0.

### 9 Un polynôme avec au plus une racine



Montre que, pour tout réel  $m$ , l'équation  $x^3 - 3x + m = 0$  a au plus une solution dans l'intervalle  $[-1, 1]$ .

### 10 Une inégalité sur l'arctangente



1) Montre que pour tous réels  $a < b$ ,  $|\arctan b - \arctan a| \leq b - a$ . 2) Montre que, plus précisément,  $0 \leq \arctan(3,2) - \arctan 3 \leq 0,02$ .

### 11 Convexité de $x \ln x$



1) Montre que  $f(x) = x \ln x$  est convexe sur  $]0, +\infty[$ . 2) Dédus-en  $f\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{f(a) + f(b)}{2}$ , puis vérifie pour  $a = 1, b = 3$  que cela donne  $4 \ln 2 \leq 3 \ln 3$ .

### 12 Développement limité d'un logarithme



Donne le développement limité d'ordre 4 en 0 de  $\ln(1 + 2x)$  et déduis-en celui de  $\ln(1 + 2x) - 2x$ .

### 13 Une limite par développement limité



Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - x}{x^2}$ .

### 14 Deux limites avec L'Hôpital



Calcule avec la règle de L'Hôpital : a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1 - 3x}{x^2}$  ; b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$ .

### 15 Taylor-Young de la racine

★★★★

1) Calcule les dérivées successives de  $f(x) = \sqrt{1+x}$  en 0 jusqu'à l'ordre 3 et donne le développement limité d'ordre 3. 2) Déduis-en une valeur approchée de  $\sqrt{1,02}$ .

### 16 Un reste intégral pour le cosinus

★★★★

1) Écris Taylor avec reste intégral pour  $\cos$  en 0 à l'ordre 3 et montre que

$$\left| \cos x - \left( 1 - \frac{x^2}{2} \right) \right| \leq \frac{x^4}{24}. \quad 2) \text{ Applique-le à } x = 0,4.$$

### 17 Étude locale d'une fonction prolongée

★★★★

On pose  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$  pour  $x \neq 0$ . 1) Donne un développement limité d'ordre 3 de  $f$  en 0. 2) Prolonge  $f$  en 0, précise  $f'(0)$  et la position de la courbe par rapport à sa tangente en 0.

### 18 Un développement limité composé

★★★★

Calcule le développement limité d'ordre 4 en 0 de  $f(x) = \ln(1 + \sin x)$ .

### 19 Une limite difficile

★★★★

Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right)$  à l'aide de développements limités.

### 20 Encadrer le nombre e

★★★★

Pour  $n \geq 1$ , montre que  $\left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n \leq e \leq \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n+1}$  en utilisant  $\frac{x}{1+x} \leq \ln(1+x) \leq x$  pour  $x > 0$ . Applique-le à  $n = 10$ .

## Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L1

Tout le programme en un seul PDF de 123 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

### Zyro te conseille la suite

#### Exercices corrigés de maths

Dérivation et formules de Taylor :  
exercices corrigés de maths Licence L1

#### Cours de maths

Dérivation et formules de Taylor : cours  
de maths Licence L1

#### QCM de maths

Dérivation et formules de Taylor : QCM  
de maths Licence L1

#### Exercices corrigés de maths

Intégration et primitives : exercices  
corrigés de maths Licence L1

✓ **Exercices corrigés de maths**

Équations différentielles linéaires :  
exercices corrigés de maths Licence L1

■ **Cours de maths**

Intégration et primitives : cours de maths  
Licence L1

**Zyro vous emmène sur nos sites partenaires**

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage