

Dérivation et formules de Taylor : corrigé du contrôle de maths Licence L1 à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L1

Tout le programme en un seul PDF de 48 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1

Nombre dérivé de la racine

/ 3 pts

1) $\frac{\sqrt{4+h}-2}{h} = \frac{(4+h)-4}{h(\sqrt{4+h}+2)} = \frac{1}{\sqrt{4+h}+2}$ (1,5 pt), qui tend vers $\frac{1}{4}$: $f'(4) = \frac{1}{4}$ (0,5 pt).

2) $y = 2 + \frac{1}{4}(x-4) = \frac{x}{4} + 1$ (1 pt).

2 Rolle sur une cubique

/ 3 pts

f est polynomiale, donc continue et dérivable (1 pt). $f(\pm\sqrt{3}) = \pm(3\sqrt{3} - 3\sqrt{3}) = 0$, donc $f(-\sqrt{3}) = f(\sqrt{3})$ (1 pt).

$f'(c) = 3c^2 - 3 = 0 \iff c = \pm 1$, deux valeurs de $] -\sqrt{3}, \sqrt{3}[$ (1 pt).

3 Encadrement par les accroissements finis

/ 3 pts

1) On applique les accroissements finis à $\ln(1+t)$ sur $[0, x]$: $\ln(1+x) = \frac{x}{1+c}$, $0 < c < x$ (1,5 pt). Comme $1 < 1+c < 1+x$, on a $\frac{x}{1+x} < \frac{x}{1+c} < x$ (0,5 pt).

2) Avec $x = 0,5$: $\frac{0,5}{1,5} = \frac{1}{3} < \ln 1,5 < 0,5$ (1 pt).

4 Convexité et inflexion

/ 3 pts

$f'(x) = (x+1)e^x$ (0,5 pt) ; $f''(x) = (x+2)e^x$ (0,5 pt).

Comme $e^x > 0$, f'' a le signe de $x+2$: concave sur $] -\infty, -2]$, convexe sur $[-2, +\infty[$ (1 pt).

Point d'inflexion : $x = -2$, $f(-2) = -2e^{-2} \approx -0,27$ (1 pt).

5 Un développement limité à exploiter

/ 4 pts

1) $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + o(x^3)$, $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + o(x^3)$ (1 pt). Produit : $1 + x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^3}{2} + o(x^3) = 1 + x - \frac{x^3}{3} + o(x^3)$ (1,5 pt).

2) Le numérateur vaut $-\frac{x^3}{3} + o(x^3)$: la limite est $-\frac{1}{3}$ (1 pt).

3) La tangente en 0 est $y = 1 + x$ et $f(x) - (1+x) \sim -\frac{x^3}{3}$ change de signe en 0 : la courbe traverse sa tangente, c'est un point d'inflexion (0,5 pt).

6

L'Hôpital et Taylor-Lagrange

/ 4 pts

1) Forme $\frac{0}{0}$ (0,5 pt). Quotient des dérivées : $\frac{\frac{1}{1+x} - 1}{2x} = \frac{-x}{2x(1+x)} = \frac{-1}{2(1+x)}$ (1 pt), qui tend vers $-\frac{1}{2}$: la limite est $-\frac{1}{2}$ (0,5 pt).

2) Taylor avec reste à l'ordre 2 en 0 : $\sin x = x + R_2$, avec $|\sin^{(3)}| \leq 1$, donc $|R_2| \leq \frac{|x|^3}{3!}$ (1 pt). Pour $x = 0,3$: $|\sin 0,3 - 0,3| \leq \frac{0,027}{6} = 0,0045$ (1 pt).

Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L1

Tout le programme en un seul PDF de 48 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)
 Zyro te conseille la suite

 Contrôles de maths

Dérivation et formules de Taylor :
contrôle de maths Licence L1

 Cours de maths

Dérivation et formules de Taylor : cours
de maths Licence L1

 QCM de maths

Dérivation et formules de Taylor : QCM de maths Licence L1

 Contrôles de maths

Intégration et primitives : contrôle de maths Licence L1

 Contrôles de maths

Équations différentielles linéaires : contrôle de maths Licence L1

 Cours de maths

Intégration et primitives : cours de maths Licence L1

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage