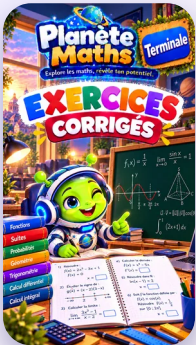


Combinatoire et dénombrement : exercices corrigés de maths Terminale à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Tenues du matin



Trois choix successifs, indépendants : **5** hauts, **4** pantalons, **3** paires. D'après le principe multiplicatif, $5 \times 4 \times 3 = 60$.

Léa peut composer 60 tenues différentes.

2 Codes de cadenas



a. Un code est une 4-liste de $\{0, \dots, 9\}$: $10^4 = 10\,000$ codes.

b. Il faut un arrangement de 4 chiffres parmi 10 : $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5\,040$ codes.

10 000 codes au total, dont 5 040 à chiffres tous différents.

3 Calculs de base



$$5! = 120.$$

$$\frac{7!}{5!} = 7 \times 6 = 42.$$

$$\binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15.$$

$$\binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{6} = 56.$$

$$\binom{9}{9} = 1 \text{ et } \binom{9}{1} = 9.$$

4 Livres sur une étagère



a. Ce sont les permutations de 6 objets : $6! = 720$.

b. On considère les deux livres de maths comme un seul bloc : il y a alors 5 objets à ranger, soit $5! = 120$ façons, puis 2 ordres possibles à l'intérieur du bloc :

$$120 \times 2 = 240.$$

720 rangements, dont 240 avec les deux livres de maths voisins.

5 Vrai ou faux ?



a. **Vrai** : symétrie, car $9 - 4 = 5$ (les deux valent **126**).

b. **Faux** : par convention $0! = 1$.

c. **Vrai** : c'est la définition de la factorielle, $(n + 1)! = (n + 1) \times n!$.

d. **Faux** : $\binom{8}{2} = 28$ alors que $\binom{8}{4} = 70$. La symétrie donnerait $\binom{8}{2} = \binom{8}{6}$.

6 Un comité



a. L'ordre ne compte pas : $\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$.

b. Les rôles sont distincts, l'ordre compte : arrangements de 3 parmi 10,
 $10 \times 9 \times 8 = 720$. (On retrouve $120 \times 3! = 720$.)

120 comités, 720 façons d'attribuer les trois fonctions.

7 Parties d'un petit ensemble



a. $2^5 = 32$ parties.

b. $\binom{5}{2} = 10$ parties.

c. La partie vide ($\binom{5}{0} = 1$) et les parties à 1 élément ($\binom{5}{1} = 5$) : $1 + 5 = 6$ parties.

8 Mots de passe



a. Les lettres forment une 3-liste de 26 lettres : $26^3 = 17\,576$; les chiffres, une 2-liste de 10 chiffres : $10^2 = 100$. Total : $17\,576 \times 100 = 1\,757\,600$.

b. Les lettres forment un arrangement : $26 \times 25 \times 24 = 15\,600$. Total :
 $15\,600 \times 100 = 1\,560\,000$.

1 757 600 mots de passe avec répétition possible, 1 560 000 avec trois lettres distinctes.

9 Championnat à huit équipes



a. Un match est une paire d'équipes (l'ordre ne compte pas) : $\binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$.

b. Chaque rencontre est jouée deux fois : $2 \times 28 = 56$ (ce sont les arrangements de 2 équipes parmi 8 : $8 \times 7 = 56$).

28 matchs, ou 56 avec aller-retour.

10 Main de cartes



- a. Les mains sont des combinaisons : $\binom{32}{5} = 201\,376$.
- b. On choisit 2 cœurs parmi 8 et 3 cartes parmi les 24 non-cœurs :
 $\binom{8}{2} \times \binom{24}{3} = 28 \times 2\,024 = 56\,672$.
- c. Passons par le contraire : les mains sans as se choisissent parmi les 28 autres cartes,
 $\binom{28}{5} = 98\,280$. Donc $201\,376 - 98\,280 = 103\,096$ mains avec au moins un as.

11 Podium d'une course



- a. Arrangements de 3 parmi 12 : $12 \times 11 \times 10 = 1\,320$.
- b. Léa est fixée en tête ; les deux autres places : $11 \times 10 = 110$.
- c. Léa peut occuper 3 places différentes, et pour chacune il reste $11 \times 10 = 110$ façons de remplir les deux autres : $3 \times 110 = 330$.

12 Développement avec les binomiaux



$(x + 2)^4 = \sum_{k=0}^4 \binom{4}{k} x^{4-k} 2^k$, avec $\binom{4}{k} = 1, 4, 6, 4, 1$:

$$(x + 2)^4 = x^4 + 4 \times 2x^3 + 6 \times 4x^2 + 4 \times 8x + 16 = x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16.$$

Pour $x = 1$: $1 + 8 + 24 + 32 + 16 = 81 = 3^4$, ce qui correspond bien à $(1 + 2)^4$.

13 Équipe mixte



- a. $\binom{12}{5} = 792$.
- b. 3 filles parmi 7 et 2 garçons parmi 5 : $\binom{7}{3} \times \binom{5}{2} = 35 \times 10 = 350$.
- c. Le contraire de « au moins un garçon » est « aucun garçon », c'est-à-dire 5 filles parmi 7 : $\binom{7}{5} = 21$. Donc $792 - 21 = 771$ délégations.

14 Anagrammes



a. Les 5 lettres sont distinctes : $5! = 120$.

b. On choisit les 2 places des L parmi 6 : $\binom{6}{2} = 15$. Il reste 4 places pour les lettres B, A, O, N, toutes différentes : $4! = 24$. Total : $15 \times 24 = 360$.

(Remarque : $6!/2! = 360$ donne le même résultat, on divise par les 2 façons d'échanger les L.)

15 Démontrer la relation de Pascal



a. On a $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ et $\binom{n}{k+1} = \frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!}$. Mettons au dénominateur commun $(k+1)!(n-k)!$:

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \frac{n!(k+1) + n!(n-k)}{(k+1)!(n-k)!} = \frac{n!(n+1)}{(k+1)!(n-k)!} = \frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!} = \binom{n+1}{k+1}$$

b. $\binom{7}{2} = 21$, $\binom{7}{3} = 35$ et $\binom{8}{3} = 56$; on a bien $21 + 35 = 56$.

16 Somme alternée



a. La ligne 6 est 1, 6, 15, 20, 15, 6, 1, de somme $64 = 2^6$.

b. Directement : $1 - 6 + 15 - 20 + 15 - 6 + 1 = 0$. Avec le binôme :

$$(1-1)^6 = \sum \binom{6}{k} 1^{6-k} (-1)^k = 0, \text{ donc la somme alternée vaut } 0.$$

c. Notons P la somme des termes d'indice pair et I celle des termes d'indice impair. On a $P + I = 64$ et $P - I = 0$. Donc $P = I = 32$ (en effet $1 + 15 + 15 + 1 = 32$ et $6 + 20 + 6 = 32$).

17 Chemins dans un quadrillage



- a. Un chemin comporte **5** pas D et **3** pas H, soit **8** pas. Il est entièrement déterminé par la place des 3 pas H parmi les 8 : $\binom{8}{3} = 56$ chemins.
- b. De **A** à **M** : 2 D et 1 H, soit $\binom{3}{1} = 3$ chemins. De **M** à **B** : 3 D et 2 H, soit $\binom{5}{2} = 10$ chemins. Par le principe multiplicatif : $3 \times 10 = 30$ chemins passent par **M**.
- c. $56 - 30 = 26$ chemins évitent **M**.

18 Diagonales d'un polygone



- a. Chaque paire de sommets définit un segment : $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$ segments. Parmi eux, **n** sont des côtés. Il reste $\frac{n(n-1)}{2} - n = \frac{n(n-1)-2n}{2} = \frac{n(n-3)}{2}$ diagonales.
- b. Pour **n** = 12 : $\frac{12 \times 9}{2} = 54$.
- c. On résout $\frac{n(n-3)}{2} = 90$, soit $n^2 - 3n - 180 = 0$. Le discriminant est $9 + 720 = 729 = 27^2$, donc $n = \frac{3 + 27}{2} = 15$ (l'autre racine **-12** est négative). C'est un polygone à **15 côtés** ($15 \times 12/2 = 90$).

19 Coefficients cherchés



- a. Le terme général est $\binom{5}{k} (2x)^{5-k} (-1)^k$. Pour x^3 , on prend $5 - k = 3$, soit **k** = 2 :
 $\binom{5}{2} \times 2^3 \times (-1)^2 = 10 \times 8 = 80$.
- b. Terme général $\binom{5}{k} (3x)^{5-k} (-2)^k$. Pour x^2 , **k** = 3 :
 $\binom{5}{3} \times 3^2 \times (-2)^3 = 10 \times 9 \times (-8) = -720$.
- c. Terme général $\binom{6}{k} x^{6-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = \binom{6}{k} x^{6-2k}$. Il est constant lorsque **6** - **2k** = 0, soit **k** = 3 : $\binom{6}{3} = 20$.

20 Messages binaires



- a. 6-listes de $\{0, 1\}$: $2^6 = 64$.
- b. On choisit les positions des deux 1 : $\binom{6}{2} = 15$.
- c. Le contraire est « 0 ou 1 bit à 1 » : $1 + 6 = 7$ messages. Donc $64 - 7 = 57$.
- d. 0, 1 ou 2 bits à 1 : $1 + 6 + 15 = 22$.

21 Parties d'un ensemble à dix éléments



- a. Pour chacun des 9 autres éléments, on choisit s'il est dans la partie ou non : $2^9 = 512$ parties.
- b. On met a dans la partie, puis on choisit 2 autres éléments parmi 9 : $\binom{9}{2} = 36$.
- c. La somme alternée $\sum_{k=0}^{10} (-1)^k \binom{10}{k} = (1 - 1)^{10} = 0$ montre que les coefficients d'indice pair et impair ont la même somme. Comme le total est $2^{10} = 1\,024$, chacun vaut **512**. Vérification : $1 + 45 + 210 + 210 + 45 + 1 = 512$.

Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

 **Zyro te conseille la suite**

 Exercices de maths

Combinatoire et dénombrement :
exercices de maths Terminale

 QCM de maths

Combinatoire et dénombrement : QCM
de maths Terminale

 Contrôles de maths

Combinatoire et dénombrement :
contrôle de maths Terminale

 Exercices de maths

Probabilités conditionnelles et
indépendance : exercices de maths
Terminale

 Exercices de maths

Variables aléatoires et loi binomiale :
exercices de maths Terminale

 QCM de maths

Probabilités conditionnelles et
indépendance : QCM de maths Terminale

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage