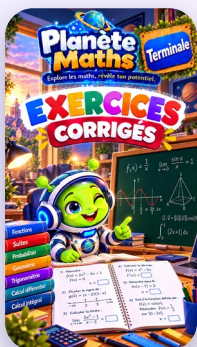


Continuité et théorème des valeurs intermédiaires : exercices corrigés de maths Terminale à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigés rédigés des exercices du chapitre. Vérifie chaque étape, puis corrige-toi.

1 Sans lever le crayon



- a. Une parabole se trace d'un seul trait : la fonction est continue sur $\mathbb{R}$.
- b. La fonction n'est pas définie en 0 : elle est continue sur $] -\infty ; 0[$ et sur $]0 ; +\infty[$, mais la courbe a deux branches séparées.
- c. Le prix saute de **2 €** à **4 €** dès que la durée dépasse une heure entière : la courbe forme des marches, la fonction n'est pas continue en $t = 1, 2, 3, \dots$

2 Continuité en 1



$f(1) = 3 \times 1 + 1 = 4$. Limite à gauche : $\lim_{x \rightarrow 1^-} (3x + 1) = 4$. Limite à droite : $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 3) = 4$.

Les deux limites sont égales à $f(1)$: f est continue en 1.

3 Justifier une continuité



- a. g est un polynôme, donc continue sur $\mathbb{R}$.
- b. h est une fraction rationnelle, continue là où le dénominateur ne s'annule pas.
 $x - 4 = 0$ pour $x = 4$, qui n'est pas dans $[5; 9]$: h est continue sur $[5; 9]$.
- c. $x \mapsto x + 2$ est continue et positive sur $[-2; +\infty[$, et la racine carrée est continue sur $[0; +\infty[$: par composition, k est continue sur $[-2; +\infty[$.

4 Le TVI sur des données



f est continue sur $[0; 5]$ et prend les valeurs -3 et 8 aux bornes.

- a. $0 \in [-3; 8]$: d'après le TVI, $f(x) = 0$ a au moins une solution.
- b. $5 \in [-3; 8]$: de même, au moins une solution.
- c. $10 \notin [-3; 8]$: le théorème ne s'applique pas, on ne peut pas conclure (il y a peut-être une solution, peut-être aucune).

5 Racine de 10



f est un polynôme, donc continue. $f'(x) = 2x > 0$ sur $[3; 4]$: f est strictement croissante.

$f(3) = -1 < 0$ et $f(4) = 6 > 0$: d'après le corollaire de la bijection, $f(x) = 0$ a une unique solution dans $[3; 4]$.

Comme $\sqrt{10}$ est positif et vérifie $x^2 = 10$, cette solution est $\sqrt{10} \approx 3,16$.

6 Dérivable ou continue ?



- a. Vrai : c'est une propriété du cours.
- b. Faux : la valeur absolue est continue en **0** mais sa courbe forme un angle en **0** et elle n'y est pas dérivable.
- c. Vrai : $|x|$ vaut x ou $-x$ selon le signe de x , et les deux morceaux se rejoignent en **0** (valeur **0** des deux côtés).

7 Un encadrement à lire



h est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ avec $h(1) < 0$ et $h(1,2) > 0$: l'équation $h(x) = 0$ a une unique solution α , et $1 < \alpha < 1,2$.

Comme $h(1,1) < 0 < h(1,2)$, on affine : $1,1 < \alpha < 1,2$.

8 Trouver le paramètre



$f(2) = 8 + 2a$ et $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 8 + 2a$. À droite, $\lim_{x \rightarrow 2^+} (5x - 4) = 6$.

La continuité en **2** équivaut à $8 + 2a = 6$, donc $a = -1$.

Vérification : $f(2) = 2 \times 4 - 2 = 6$, égal à la limite à droite.

9 Prolongement par continuité



On factorise : $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$. Pour $x \neq 3$, $f(x) = x + 2$.

Donc $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$. La fonction est continue en **3** si et seulement si $f(3) = 5$, donc $m = 5$.

10 Encadrement à 0,01



- a. f est continue (polynôme) et $f'(x) = 3x^2 + 2 > 0$: f est strictement croissante.
 $f(1) = -4 < 0$ et $f(2) = 5 > 0$: le corollaire donne une unique solution $\alpha \in [1; 2]$.
- b. $f(1,5) = -0,625$ et $f(1,6) \approx 0,296$, donc $\alpha \in [1,5; 1,6]$. Ensuite
 $f(1,56) \approx -0,0836 < 0$ et $f(1,57) \approx 0,0099 > 0$. Ainsi $1,56 < \alpha < 1,57$.

11 Équation avec l'exponentielle



- a. g est continue sur $[0; 1]$ comme somme de fonctions continues. $g'(x) = e^x + 1 > 0$:
 g est strictement croissante. $g(0) = 1 + 0 - 3 = -2 < 0$ et
 $g(1) = e - 2 \approx 0,718 > 0$. Le corollaire de la bijection donne une unique solution
 $\alpha \in [0; 1]$.
- b. $g(0,7) \approx -0,286$ et $g(0,8) \approx 0,026$, donc $\alpha \in [0,7; 0,8]$. Puis $g(0,79) \approx -0,0066$
et $g(0,8) \approx 0,0255$: $0,79 < \alpha < 0,80$.

12 Combien de solutions ?



- a. $g'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x+1)(x-2)$. g' est positive sur $] -\infty; -1]$, négative
sur $[-1; 2]$, positive sur $[2; +\infty[$. Valeurs : $g(-1) = 12$ et $g(2) = -15$.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
g	croît (de $-\infty$)	12	-15	croît (vers $+\infty$)

- b. Sur $] -\infty; -1]$, g est continue, strictement croissante, de $-\infty$ à 12 : 0 est pris une
fois. Sur $[-1; 2]$, g décroît de 12 à -15 : une fois. Sur $[2; +\infty[$, g croît de -15 à $+\infty$:
une fois. Ce sont les trois solutions, il n'y en a pas d'autre.
- c. $g(-3) = -40$ et $g(-2) = 1$: une solution dans $[-3; -2]$. $g(0) = 5$ et $g(1) = -8$:
une dans $[0; 1]$. $g(3) = -4$ et $g(4) = 37$: une dans $[3; 4]$.

13 Le four à pizza



- a. T est continue sur $[0; 40]$ et $180 \in [20; 220]$: d'après le TVI, il existe t dans $[0; 40]$ tel que $T(t) = 180$.
- b. La température peut monter jusqu'à **200**, redescendre un peu, et repasser par **180** : le TVI ne garantit pas l'unicité.
- c. Il faut que T soit strictement croissante : le corollaire de la bijection donne alors un unique instant.

14 Quand le théorème est faux



- a. $f(-1) = -1$ et $f(1) = 1$.
- b. **0** est compris entre -1 et **1**, mais f ne prend que les valeurs -1 et **1** : l'équation $f(x) = 0$ n'a aucune solution. Il n'y a pas de contradiction : le TVI exige que f soit continue, or f fait un saut en **0** (limite à gauche -1 , valeur **1**).

15 Une suite et sa limite



- a. Initialisation : $u_0 = 1 \in [0; 3]$. Hérédité : si $0 \leq u_n \leq 3$, alors $3 \leq 2u_n + 3 \leq 9$, donc $\sqrt{3} \leq u_{n+1} \leq 3$, et en particulier $0 \leq u_{n+1} \leq 3$.
- b. $u_{n+1}^2 - u_n^2 = 2u_n + 3 - u_n^2 = (3 - u_n)(u_n + 1) \geq 0$ car $u_n \leq 3$ et $u_n \geq 0$.
Comme les termes sont positifs, $u_{n+1} \geq u_n$.
- c. La suite est croissante et majorée par **3** : elle converge vers un réel $\ell \in [1; 3]$. La fonction $x \mapsto \sqrt{2x + 3}$ est continue sur $[0; 3]$, donc $\ell = \sqrt{2\ell + 3}$, soit $\ell^2 - 2\ell - 3 = (\ell - 3)(\ell + 1) = 0$. Comme $\ell \geq 0$, $\ell = 3$.

16 Une suite homographique

★★★

a. $u_1 = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{1}{1+1/2} = \frac{2}{3}$, $u_3 = \frac{1}{1+2/3} = \frac{3}{5}$, $u_4 = \frac{1}{1+3/5} = \frac{5}{8}$. Les termes alternent autour de 0,6.

b. La fonction $f(x) = \frac{1}{1+x}$ est continue sur $[0; +\infty[$ et les termes sont positifs, donc $\ell \geq 0$ et $\ell = \frac{1}{1+\ell}$, soit $\ell^2 + \ell - 1 = 0$. Les racines sont $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$; la positive est $\ell = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0,618$.

17 Équation avec logarithme

★★★

a. $f'(x) = 1 + \frac{1}{x} > 0$: f est strictement croissante. En 0^+ , $\ln x \rightarrow -\infty$ donc $f(x) \rightarrow -\infty$; en $+\infty$, $f(x) \rightarrow +\infty$.

b. f est continue et strictement croissante sur $]0; +\infty[$, de limites $-\infty$ et $+\infty$: tout réel, en particulier 2, a un unique antécédent α .

c. $f(1) = 1 < 2$ et $f(2) \approx 2,693 > 2$: $\alpha \in [1; 2]$. $f(1,5) \approx 1,905$ et $f(1,6) \approx 2,070$: $\alpha \in [1,5; 1,6]$. $f(1,55) \approx 1,988 < 2$ et $f(1,56) \approx 2,005 > 2$: $1,55 < \alpha < 1,56$.

18 Selon la valeur de k

★★★

a. $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$. f croît sur $[-2; -1]$ de $f(-2) = -2$ à $f(-1) = 2$, décroît sur $[-1; 1]$ de 2 à $f(1) = -2$, croît sur $[1; 2]$ de -2 à $f(2) = 2$.

b. Sur chaque intervalle de monotonie, f est continue et strictement monotone, donc prend chaque valeur de son image au plus une fois. Si $k < -2$ ou $k > 2$: aucune solution. Si $k = \pm 2$: deux solutions (par exemple pour $k = 2$, $x = -1$ et $x = 2$). Si $-2 < k < 2$: trois solutions, une par intervalle.

c. Pour $k = 1$: trois solutions ; pour $k = 2$: deux solutions ($x^3 - 3x - 2 = (x+1)^2(x-2)$) ; pour $k = 3$: aucune.

19 La dichotomie



- a. Étape 1 : $m = 2,5$, $f(2,5) = -0,75 < 0$, donc on garde $[2,5 ; 3]$. Étape 2 : $m = 2,75$, $f(2,75) = 0,5625 > 0$, on garde $[2,5 ; 2,75]$. Étape 3 : $m = 2,625$, $f(2,625) \approx -0,109 < 0$, on garde $[2,625 ; 2,75]$.
- b. L'amplitude de départ est **1** et elle est divisée par **2** à chaque étape : $\frac{1}{2^n}$.
- c. On veut $\frac{1}{2^n} < 10^{-3}$, donc $2^n > 1000$. Comme $2^9 = 512$ et $2^{10} = 1024$, il faut $n = 10$ étapes.

20 Un prolongement subtil



Pour tout $x \neq 0$, $-1 \leq \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq 1$, donc $|f(x)| \leq |x|$, c'est-à-dire $-|x| \leq f(x) \leq |x|$.

Comme $\lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0$, le théorème des gendarmes donne $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$. La continuité en **0** exige $f(0) = 0$, donc $c = 0$.

21 Un point fixe



- a. $g(0) = f(0) - 0 = f(0) \geq 0$ car $f(0) \in [0 ; 1]$. $g(1) = f(1) - 1 \leq 0$ car $f(1) \leq 1$.
- b. g est continue sur $[0 ; 1]$, avec $g(0) \geq 0 \geq g(1)$: par le TVI, $g(c) = 0$ pour un c de $[0 ; 1]$, c'est-à-dire $f(c) = c$.
- c. Posons $g(x) = \cos x - x$, continue sur $[0 ; 1]$. $g(0) = 1 > 0$ et $g(1) = \cos 1 - 1 \approx -0,46 < 0$. De plus $g'(x) = -\sin x - 1 \leq -1 < 0$ car $\sin x \geq 0$ sur $[0 ; 1]$: g est strictement décroissante. Le corollaire donne une unique solution.

Le livre d'exercices corrigés de maths Terminale

Tout le programme en un seul PDF de 148 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Zyro te conseille la suite

Exercices de maths

Continuité et théorème des valeurs intermédiaires : exercices de maths Terminale

QCM de maths

Continuité et théorème des valeurs intermédiaires : QCM de maths Terminale

Contrôles de maths

Continuité et théorème des valeurs intermédiaires : contrôle de maths Terminale

Exercices de maths

Dérivation et convexité : exercices de maths Terminale

 Exercices de maths

Fonction exponentielle : exercices de maths Terminale

 QCM de maths

Dérivation et convexité : QCM de maths Terminale

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage