

Calcul littéral et factorisation : cours de maths 3ème à télécharger en PDF



Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Un jardin qui s'agrandit, un tarif qui dépend du nombre de places, un programme de calcul que l'on répète : dès qu'une grandeur varie, on la remplace par une lettre. Le **calcul littéral** t'apprend alors à écrire la même expression sous plusieurs formes, et à choisir la plus pratique. Dans ce chapitre, tu vas développer, réduire, factoriser, puis te servir de tout cela pour résoudre des équations et démontrer des résultats.

1. Développer, réduire, factoriser : le vocabulaire

D Les trois verbes à connaître

- **Développer** : transformer un produit en une somme (ou une différence).
- **Réduire** : regrouper les termes semblables pour obtenir l'écriture la plus courte.
- **Factoriser** : transformer une somme en un produit. C'est l'opération inverse du développement.

Forme factorisée (un produit)

Forme développée (une somme)

$$3(x + 2)$$

$$3x + 6$$

$$x(x - 5)$$

$$x^2 - 5x$$

$$(x + 1)(x + 4)$$

$$x^2 + 5x + 4$$

Aucune forme n'est « meilleure » en soi : la forme développée est pratique pour calculer ou comparer, la forme factorisée est précieuse pour résoudre une équation. Savoir passer de l'une à l'autre est tout l'enjeu du chapitre.

2. La distributivité simple

P Distributivité simple

Pour tous nombres k , a et b :

$$k(a + b) = ka + kb \quad \text{et} \quad k(a - b) = ka - kb$$

Le facteur k se « distribue » à chaque terme de la parenthèse. Lu de gauche à droite, c'est un développement ; lu de droite à gauche, c'est une factorisation.

E**Exemple 1**

Développe et réduis $A = 3x(2x - 5)$.

$$A = 3x \times 2x - 3x \times 5 = 6x^2 - 15x.$$

**Piège**

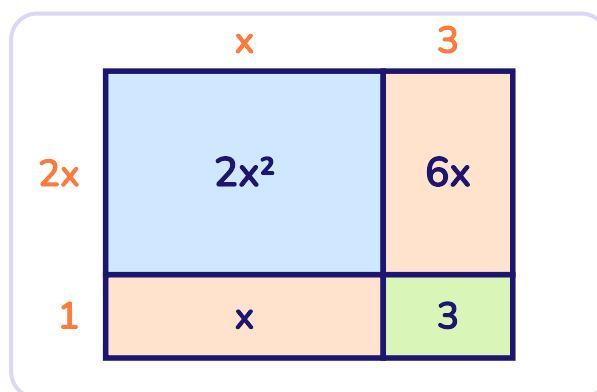
Quand le facteur est négatif, il change tous les signes : $-2(x - 4) = -2x + 8$, et non $-2x - 8$.

3. La double distributivité

Pour multiplier deux sommes, on multiplie **chaque terme de la première parenthèse par chaque terme de la seconde**, puis on additionne les quatre produits.

P**Double distributivité**

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$



Sur la figure, le grand rectangle mesure $x + 3$ de large et $2x + 1$ de haut. Son aire est le produit $(x + 3)(2x + 1)$, mais c'est aussi la somme des quatre morceaux : $2x^2 + 6x + x + 3$.

E

Exemple 2

Développe et réduis $B = (2x - 3)(x + 4)$.

$$B = 2x \times x + 2x \times 4 - 3 \times x - 3 \times 4 = 2x^2 + 8x - 3x - 12 = 2x^2 + 5x - 12.$$

4. Les trois identités remarquables

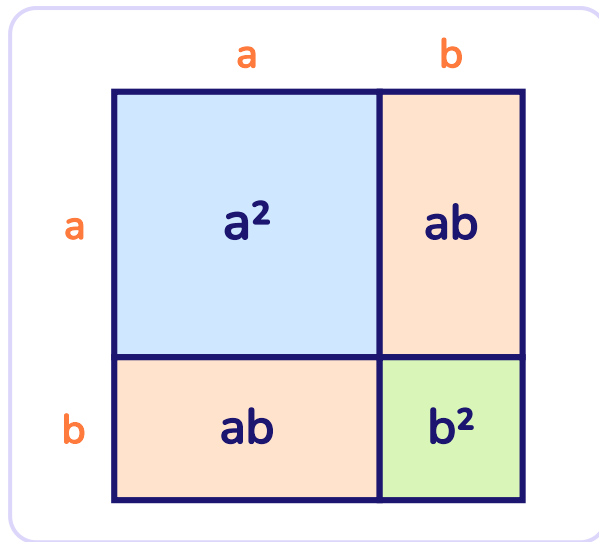
Certains produits reviennent si souvent qu'on retient directement leur résultat. Ils se démontrent tous par la double distributivité.

P

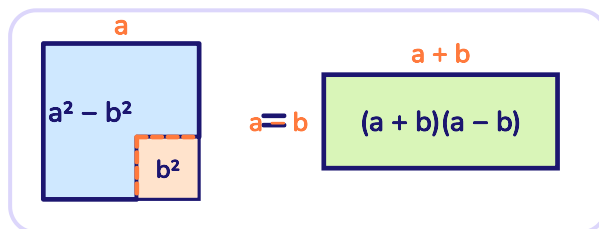
Identités remarquables

Pour tous nombres a et b :

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$



Le grand carré de côté $a + b$ contient un carré a^2 , un carré b^2 et **deux** rectangles ab : voilà d'où vient le double produit $2ab$.



Pour la troisième identité, on retire un petit carré b^2 du grand carré a^2 , puis on réarrange la pièce restante en un rectangle de dimensions $a + b$ et $a - b$.



Piège

$(a + b)^2$ n'est **pas** égal à $a^2 + b^2$: il manque le double produit $2ab$. Test : pour $a = 1$ et $b = 2$, $(1 + 2)^2 = 9$ alors que $1^2 + 2^2 = 5$.

E**Exemple 3**

Développe $C = (3x + 2)^2$ et $D = (4x + 7)(4x - 7)$.

$$C = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4.$$

$$D = (4x)^2 - 7^2 = 16x^2 - 49.$$

5. Développer et réduire une expression**M****Méthode**

1. Repère les produits à développer (distributivité simple, double ou identité remarquable).
2. Développe chaque produit en conservant le signe qui le précède : on met une parenthèse si un signe moins précède un développement.
3. Regroupe les termes de même nature (x^2 avec x^2 , x avec x , nombres entre eux).
4. Écris le résultat en ordre décroissant des puissances de x .

E**Exemple 4**

Développe et réduis $E = (x + 4)(x - 2) - 3(2x - 1)$.

$$(x + 4)(x - 2) = x^2 + 2x - 8 \text{ et } 3(2x - 1) = 6x - 3.$$

$$E = x^2 + 2x - 8 - (6x - 3) = x^2 + 2x - 8 - 6x + 3 = x^2 - 4x - 5.$$

Pour des calculs numériques, les identités remarquables servent aussi de raccourci :

$$41^2 = (40 + 1)^2 = 1600 + 80 + 1 = 1681, \text{ ou encore}$$

$$48 \times 52 = (50 - 2)(50 + 2) = 2500 - 4 = 2496.$$

6. Factoriser avec un facteur commun

Factoriser, c'est repérer ce que tous les termes ont en commun et le mettre devant une parenthèse.

M

Méthode

1. Cherche le facteur commun : plus grand diviseur des nombres, puissance de x la plus petite, parenthèse identique.
2. Écris-le devant une parenthèse.
3. Dans la parenthèse, mets ce qui reste de chaque terme.
4. Vérifie en redéveloppant de tête.

E

Exemple 5

Factorise $F = 12x^2 - 18x$ et $G = (x + 2)(3x - 1) + (x + 2)(x + 5)$.

Dans F , le plus grand diviseur commun de **12** et **18** est **6**, et x est commun :

$$F = 6x \times 2x - 6x \times 3 = 6x(2x - 3).$$

Dans G , le facteur commun est la parenthèse $(x + 2)$:

$$G = (x + 2) [(3x - 1) + (x + 5)] = (x + 2)(4x + 4) = 4(x + 2)(x + 1).$$



Astuce de Zyro

Quand tu as factorisé, redéveloppe vite fait dans ta tête : si tu retrouves l'expression de départ, ta factorisation est juste. C'est la meilleure façon de ne jamais se tromper de signe !

7. Factoriser avec une identité remarquable

Les identités se lisent aussi de droite à gauche. Pour les repérer, cherche :

- une **différence de deux carrés** : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$;
- un **trinôme carré parfait** : deux carrés a^2 et b^2 séparés par un double produit $2ab$, donc $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$.



Exemple 6

Factorise $H = 49x^2 - 36$ et $K = 16x^2 - 24x + 9$.

$$H = (7x)^2 - 6^2 = (7x - 6)(7x + 6).$$

$$K = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2 = (4x - 3)^2. \text{ On a bien vérifié que le terme central } 24x \text{ est le double produit } 2 \times 4x \times 3.$$

8. Les équations produit nul



Propriété du produit nul

Un produit de facteurs est nul si et seulement si **l'un au moins** de ses facteurs est nul :
 $A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ ou $B = 0$.

M**Méthode**

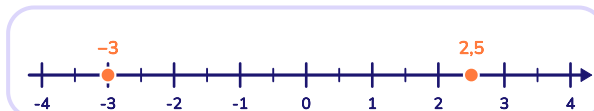
1. Ramène l'équation à la forme « un produit = 0 » (on factorise si besoin).
2. Annule chaque facteur séparément.
3. Résous les équations obtenues et conclus avec l'ensemble des solutions.

E**Exemple 7**

Résous $(2x - 5)(x + 3) = 0$.

Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul : $2x - 5 = 0$ ou $x + 3 = 0$, donc $x = \frac{5}{2} = 2,5$ ou $x = -3$.

L'équation a deux solutions : -3 et $2,5$.

**E****Exemple 8**

Résous $(x + 1)^2 - 16 = 0$.

C'est une différence de carrés :

$(x + 1)^2 - 4^2 = (x + 1 - 4)(x + 1 + 4) = (x - 3)(x + 5)$. Donc $x = 3$ ou $x = -5$.



Piège

Ne divise jamais par x dans une équation comme $x^2 = 6x$: tu perdras la solution 0.

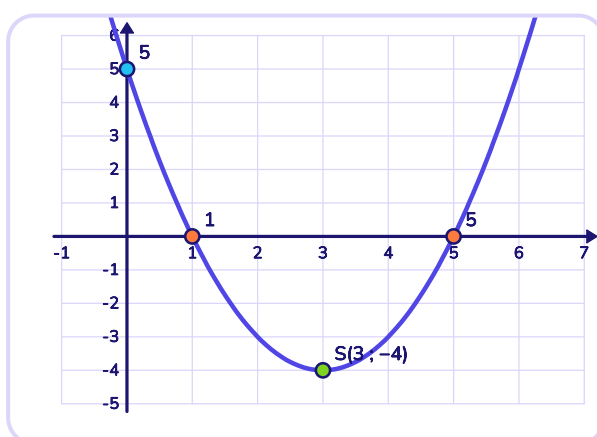
Écris plutôt $x^2 - 6x = 0$, c'est-à-dire $x(x - 6) = 0$, et trouve $x = 0$ ou $x = 6$.

9. Choisir la bonne forme

Une même expression peut s'écrire de trois manières, et chacune répond à une question différente.

Prenons $A(x) = (x - 3)^2 - 4$.

Forme	Écriture	Elle sert à...
Avec un carré	$(x - 3)^2 - 4$	voir que le minimum est -4 , atteint pour $x = 3$
Développée	$x^2 - 6x + 5$	calculer l'image de 0 : $A(0) = 5$
Factorisée	$(x - 1)(x - 5)$	résoudre $A(x) = 0$: $x = 1$ ou $x = 5$



La courbe confirme les trois lectures : elle coupe l'axe horizontal en 1 et 5, coupe l'axe vertical en 5, et son point le plus bas est (3 ; -4). Pour passer de l'une à l'autre : développe pour aller vers la forme développée, factorise (avec une identité) pour aller vers la forme factorisée.

M**Quelle forme choisir ?**

- Résoudre « $= 0$ » : la forme **factorisée**.
- Calculer une valeur en $x = 0$ ou comparer deux expressions : la forme **développée**.
- Trouver un minimum ou un maximum : la forme avec un **carré** : un carré n'est jamais négatif.

À retenir

- Distributivité : $k(a + b) = ka + kb$; double : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.
- Identités remarquables : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$,
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
- Développer, c'est passer d'un produit à une somme ; **factoriser**, c'est l'inverse.
- Pour factoriser : facteur commun d'abord, puis identité remarquable.
- **Produit nul** : $A \times B = 0$ si et seulement si $A = 0$ ou $B = 0$.
- Choisis la forme selon la question : factorisée pour résoudre, développée pour calculer.

Le livre de cours de maths 3ème

Tout le programme en un seul PDF de 109 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)**Zyro te conseille la suite**

 Exercices de maths

Calcul littéral et factorisation : exercices de maths 3ème

 Contrôles de maths

Calcul littéral et factorisation : contrôle de maths 3ème

 QCM de maths

Calcul littéral et factorisation : QCM de maths 3ème

 Exercices de maths

Équations et inéquations : exercices de maths 3ème

 Exercices de maths

Systèmes de deux équations : exercices de maths 3ème

 Contrôles de maths

Équations et inéquations : contrôle de maths 3ème

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage