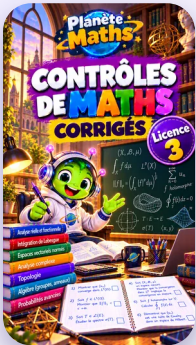


Calcul différentiel dans $\mathbb{R}^n$: corrigé du contrôle de maths Licence L3 à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 52 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Différentielle et approximation

/ 4 pts

a. $J_f = \begin{pmatrix} e^y & xe^y \\ 2x & 1 \end{pmatrix}$ (1 pt). En $(2, 0)$: $J_f(2, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ (1 pt).

b. $f(2, 0) = (2, 4)$ et $h = (0, 1; -0, 1)$ (0,5 pt).

$J_f(2, 0) h = (0, 1 - 0, 2, 0, 4 - 0, 1) = (-0, 1; 0, 3)$ (1 pt). Donc

$f(2, 1; -0, 1) \approx (1, 9; 4, 3)$ (0,5 pt). Pour comparaison, la valeur exacte est $(1, 9002; 4, 31)$.

2 Extrema libres

/ 4 pts

$\nabla f = (6x^2 - 6y, -6x + 6y)$ (1 pt). Il est nul si $y = x^2$ et $y = x$, donc $x = x^2$, soit $x \in \{0, 1\}$: points $(0, 0)$ et $(1, 1)$ (1 pt).

$$H_f = \begin{pmatrix} 12x & -6 \\ -6 & 6 \end{pmatrix} \text{ (0,5 pt)}.$$

En $(0, 0)$: $\det = -36 < 0$, point selle (0,75 pt).

En $(1, 1)$: $\det = 72 - 36 = 36 > 0$ et $\text{tr} = 18 > 0$, minimum local de valeur $f(1, 1) = 2 - 6 + 3 = -1$ (0,75 pt).

3 Inversion locale

/ 3 pts

f est polynomiale, donc C^1 (0,5 pt). $J_f = \begin{pmatrix} 1 + 2x & 1 \\ 1 & -1 + 2y \end{pmatrix}$, donc

$J_f(1, 1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ de déterminant $2 \neq 0$ (1 pt). D'après le théorème d'inversion locale, f est inversible près de $(1, 1)$ (0,5 pt).

$$f(1, 1) = (3, 1) \text{ et } D(f^{-1})(3, 1) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \text{ (1 pt)}.$$

4 Fonction implicite

/ 4 pts

a. F est C^1 et $F(1, 1) = 0$. $F_y = x + 3y^2$ vaut $4 \neq 0$ en $(1, 1)$ (1 pt). Le théorème des fonctions implicites donne φ (0,5 pt).

b. $F_x = 2x + y = 3$ en $(1, 1)$ (0,5 pt), donc $\varphi'(1) = -\frac{3}{4}$ (1 pt). Tangente : $y = 1 - \frac{3}{4}(x - 1)$ (0,5 pt).

c. $\varphi(1,04) \approx 1 - \frac{3}{4} \times 0,04 = 0,97$ (0,5 pt).

5

Extrema liés

/ 5 pts

Posons $g = x^2 + 4y^2 - 8$; $\nabla g = (2x, 8y)$ ne s'annule qu'en $(0, 0) \notin \mathcal{E}$: $\mathcal{E}$ est une sous-variété (1 pt).

Condition de Lagrange : $(y, x) = \lambda(2x, 8y)$, soit $y = 2\lambda x$ et $x = 8\lambda y$ (1 pt). En combinant, $x = 16\lambda^2 x$; comme $x = 0$ donnerait $y = 0$, impossible, $\lambda = \pm \frac{1}{4}$ (1 pt).

Si $\lambda = \frac{1}{4}$: $y = \frac{x}{2}$ et $x^2 + x^2 = 8$, donc $x = \pm 2$: points $(2, 1)$, $(-2, -1)$ avec $f = 2$. Si $\lambda = -\frac{1}{4}$: $y = -\frac{x}{2}$, points $(2, -1)$, $(-2, 1)$ avec $f = -2$ (1 pt).

$\mathcal{E}$ est compacte et f continue : les extrema existent, donc le maximum est 2 et le minimum est -2 (1 pt).

Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L3

Tout le programme en un seul PDF de 52 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#) **Zyro te conseille la suite****Contrôles de maths**

Calcul différentiel dans $\mathbb{R}^n$: contrôle de maths Licence L3

**Cours de maths**

Calcul différentiel dans $\mathbb{R}^n$: cours de maths Licence L3

 QCM de maths

Calcul différentiel dans $\mathbb{R}^n$: QCM de maths Licence L3

 Contrôles de maths

Équations différentielles : contrôle de maths Licence L3

 Contrôles de maths

Fonctions holomorphes : contrôle de maths Licence L3

 Cours de maths

Équations différentielles : cours de maths Licence L3

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage