

# Calcul différentiel à plusieurs variables : corrigé du contrôle de maths Licence L2 à télécharger en PDF



## Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

### 1 Dérivées partielles et hessienne

/ 4 pts

a.  $f_x = 3x^2y - 2y^2$  et  $f_y = x^3 - 4xy + 4$ . (1 pt)

b.  $f_{xx} = 6xy$ ,  $f_{xy} = \frac{\partial}{\partial y}(f_x) = 3x^2 - 4y$ ,  $f_{yx} = \frac{\partial}{\partial x}(f_y) = 3x^2 - 4y$ ,  $f_{yy} = -4x$ .

Les dérivées croisées sont égales, car  $f$  est polynomiale donc de classe  $C^2$ . (2 pts)

c. En  $(1, 2)$  :  $f_{xx} = 12$ ,  $f_{xy} = 3 - 8 = -5$ ,  $f_{yy} = -4$ , donc  $H_f(1, 2) = \begin{pmatrix} 12 & -5 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$ .  
(1 pt)

## 2 Dérivée composée

/ 4 pts

- a.  $f_x = 2x - y$ ,  $f_y = -x$ ,  $\gamma'(t) = (e^t, 1)$ . Donc  
 $h'(t) = (2e^t - t)e^t - e^t = 2e^{2t} - te^t - e^t$ . (2 pts)
- b.  $h(t) = e^{2t} - te^t$ , donc  $h'(t) = 2e^{2t} - e^t - te^t$ , identique. En  $t = 0$  :  
 $h'(0) = 2 - 1 - 0 = 1$ . (2 pts)

## 3 Recherche d'extrema

/ 5 pts

- a.  $\nabla f = (3x^2 - 3, 6y^2 - 6)$ . (1 pt)
- b.  $\nabla f = 0$  équivaut à  $x = \pm 1$  et  $y = \pm 1$  : quatre points  $(1, 1)$ ,  $(1, -1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(-1, -1)$ . (1 pt)
- c.  $H_f = \begin{pmatrix} 6x & 0 \\ 0 & 12y \end{pmatrix}$ ,  $\Delta = 72xy$ .  $(1, 1)$  :  $\Delta = 72 > 0$ ,  $f_{xx} = 6 > 0$ , minimum local de valeur  $-6$ .  $(-1, -1)$  :  $\Delta = 72 > 0$ ,  $f_{xx} = -6 < 0$ , maximum local de valeur  $6$ .  
 $(1, -1)$  et  $(-1, 1)$  :  $\Delta = -72 < 0$ , points selles. (3 pts)

## 4 Jacobienne et inversion locale

/ 4 pts

- a.  $J_F = \begin{pmatrix} 3x^2 & 1 \\ 1 & 3y^2 \end{pmatrix}$ ,  $\det J_F = 9x^2y^2 - 1$ . (1 pt)
- b. En  $(1, 0)$  :  $\det J_F = -1 \neq 0$  et  $F$  est de classe  $C^1$  : inversion locale. (1 pt)
- c.  $F(1, 0) = (1, 1)$  et  $J_F(1, 0) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  de déterminant  $-1$ , d'inverse  
 $\frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ . Donc  $J_{F^{-1}}(1, 1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ . (2 pts)

## 5 Fonction implicite

/ 3 pts

a.  $4 + 2 + 1 = 7$  :  $A$  est sur la courbe. Avec  $F = x^2 + xy + y^2 - 7$ ,

$$F_y = x + 2y = 4 \neq 0 \text{ en } A. \text{ (1 pt)}$$

b.  $F_x = 2x + y = 5$ , donc  $\varphi'(2) = -\frac{5}{4}$ . Tangente :  $y - 1 = -\frac{5}{4}(x - 2)$ , soit

$$y = -\frac{5}{4}x + \frac{7}{2}. \text{ (2 pts)}$$

### Le livre de contrôles corrigés de maths Licence L2

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre



## Entraîne-toi : défi express de Licence L2

Changer de niveau

Niveau : Licence L2

6 questions au hasard, correction tout de suite.



Lancer le défi



Zyro te conseille la suite

 **Contrôles de maths**

Calcul différentiel à plusieurs variables :  
contrôle de maths Licence L2

 **Cours de maths**

Calcul différentiel à plusieurs variables :  
cours de maths Licence L2

 **QCM de maths**

Calcul différentiel à plusieurs variables :  
QCM de maths Licence L2

 **Contrôles de maths**

Intégrales généralisées et à paramètre :  
contrôle de maths Licence L2

 **Contrôles de maths**

Intégrales doubles et triples : contrôle de  
maths Licence L2

 **Cours de maths**

Intégrales généralisées et à paramètre :  
cours de maths Licence L2

## Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage