

Applications et relations : exercices de maths Maths Sup à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Sup

Tout le programme en un seul PDF de 134 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

21 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Image et image réciproque d'une fonction affine

★ ★ ★

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = 3x - 5$.

- Déterminer $f(\{1, 2, 4\})$.
- Déterminer $f^{-1}([4, 10])$.
- Déterminer $f^{-1}(\{-5\})$.

2 Les entiers impairs

★ ★ ★

Soit $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $n \mapsto 2n + 1$. Cette application est-elle injective ? surjective ? Déterminer $f(\mathbb{Z})$ et $f^{-1}(\{7, 10\})$.

3 Le carré, images et antécédents



Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$. Déterminer : a) $f([-2, 3])$; b) $f^{-1}([1, 4])$; c) $f^{-1}(]-\infty, -1[)$; d) $f^{-1}(\{0\})$.

4 Une application entre ensembles finis



Soient $E = \{1, 2, 3, 4\}$, $F = \{a, b, c\}$ et $f : E \rightarrow F$ définie par $f(1) = b$, $f(2) = a$, $f(3) = b$, $f(4) = c$. Déterminer $f(\{1, 3\})$, $f^{-1}(\{b\})$, $f^{-1}(\{a, c\})$, puis dire si f est injective, surjective.

5 Deux composées



Soient $f(x) = x + 2$ et $g(x) = x^2$, toutes deux de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Calculer $(g \circ f)(1)$, $(f \circ g)(1)$, puis déterminer $g \circ f$ et $f \circ g$. Sont-elles égales ?

6 Parité et relation d'équivalence



Sur $\mathbb{Z}$, on pose $x \mathcal{R} y \iff x - y$ est pair. Montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence et déterminer ses classes.

7 Restes dans une division



Déterminer le reste de 3^{20} dans la division par 7, puis le reste de $15 \times 17 + 23$ dans la division par 11.

8 Une fonction rationnelle non injective



Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$.

- a. Calculer $f(2)$ et $f(\frac{1}{2})$. Que conclure ?
- b. Montrer que $f(\mathbb{R}) = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

9 Calculer une application réciproque



Soit $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$. Montrer que f est bijective et déterminer f^{-1} . Vérifier avec $x = 3$.

10 Deux applications de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$



On définit $f(n) = n + 1$ et $g(n) = \lfloor n/2 \rfloor$ (quotient de la division euclidienne par 2). Étudier injectivité et surjectivité de f , g , $g \circ f$ et $f \circ g$.

11 Image d'une intersection



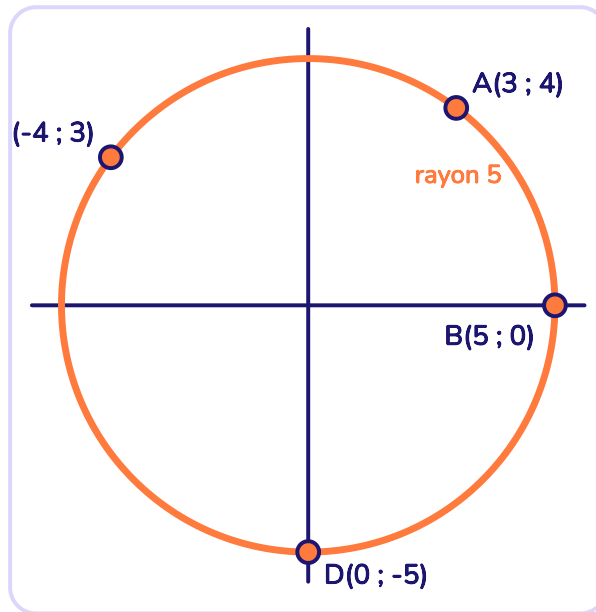
Soit $f : E \rightarrow F$, $A_1, A_2 \subset E$. Montrer que $f(A_1 \cap A_2) \subset f(A_1) \cap f(A_2)$, puis trouver un exemple où l'inclusion est stricte.

12 Les points à même distance de l'origine



Dans $\mathbb{R}^2$, on pose $(x, y) \sim (x', y') \iff x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2$.

- Montrer que $\sim$ est une relation d'équivalence.
- Décrire la classe de $A(3; 4)$ et citer trois autres de ses points.
- Combien de points entiers y a-t-il dans la classe de A ?



13 Une équation de congruence



Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation $5x \equiv 4 [13]$, puis donner la solution comprise entre 0 et 12.

14 Ordres sur le plan



Sur $\mathbb{R}^2$, on définit : (1) $(a, b) \leq_1 (c, d) \iff a \leq c \text{ et } b \leq d$; (2) $(a, b) \leq_2 (c, d) \iff a < c \text{ ou } (a = c \text{ et } b \leq d)$

- Montrer que $\leq_1$ est une relation d'ordre. Est-elle totale ?
- Montrer que $\leq_2$ est un ordre total (ordre lexicographique).

15 Injectivité et intersection

★★★★

Montrer qu'une application $f : E \rightarrow F$ est injective si et seulement si, pour toutes parties $A_1, A_2 \subset E$, $f(A_1 \cap A_2) = f(A_1) \cap f(A_2)$.

16 Composée injective ou surjective

★★★★

Soient $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$.

- Montrer : si $g \circ f$ est injective, alors f est injective.
- Montrer : si $g \circ f$ est surjective, alors g est surjective.
- Donner un exemple où $g \circ f$ est bijective alors que f n'est pas surjective et g n'est pas injective.

17 Un système de congruences

★★★★

Résoudre le système $x \equiv 2 \pmod{5}$ et $x \equiv 3 \pmod{7}$. Donner l'ensemble des solutions et la plus petite solution positive.

18 Relation « même cardinal » sur les parties

★★★★

Soit $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Sur $\mathcal{P}(E)$, on pose $A \sim B \iff |A| = |B|$. Montrer que c'est une relation d'équivalence, déterminer le nombre de classes et le nombre d'éléments de chacune. Vérifier que la somme est 2^5 .

19 Une bijection sans formule de réciproque

★★★★

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x$. Montrer que f est bijective. Sans résoudre d'équation du troisième degré, déterminer $f^{-1}(2)$ et $f^{-1}(10)$.

20

Dénombrer injections, surjections, bijections

★★★

Déterminer le nombre : a) d'injections de $\{1, 2\}$ dans $\{a, b, c, d\}$; b) de surjections de $\{1, 2, 3\}$ sur $\{a, b\}$; c) de bijections d'un ensemble à 5 éléments sur lui-même ; d) de surjections de $\{1, 2, 3, 4\}$ sur $\{a, b, c\}$.

21

Factoriser par la relation « même image »

★★★

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x$ et $x \sim y \iff f(x) = f(y)$.

- Montrer que $x \sim y \iff y = x$ ou $y = 2 - x$.
- Déterminer la classe de 3 et celle de 1.
- Montrer que $\bar{x} \mapsto f(x)$ est une bijection de $\mathbb{R}/\sim$ sur $[-1, +\infty[$.

Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Sup

Tout le programme en un seul PDF de 134 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)**Zyro te conseille la suite**

✓ Exercices corrigés de maths

Applications et relations : exercices corrigés de maths Maths Sup

■ Cours de maths

Applications et relations : cours de maths Maths Sup

🎯 QCM de maths

Applications et relations : QCM de maths Maths Sup

✓ Exercices corrigés de maths

Suites réelles et complexes : exercices corrigés de maths Maths Sup

✓ Exercices corrigés de maths

Limites et continuité : exercices corrigés de maths Maths Sup

■ Cours de maths

Suites réelles et complexes : cours de maths Maths Sup

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage