

Applications linéaires et matrices : exercices de maths Licence L1 à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L1

Tout le programme en un seul PDF de 123 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

21 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Linéaire ou non ?

★ ★ ★

Dites si chacune des applications de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ suivantes est linéaire, en justifiant.

- a. $f_1(x, y) = (2x - y, x + 3y)$
- b. $f_2(x, y) = (x + 1, y)$
- c. $f_3(x, y) = (xy, x)$

2 Lire une matrice



Soit $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ définie par $g(x, y, z) = (x - y + 2z, 3y - z)$.

- Écrire la matrice de g dans les bases canoniques.
- Calculer $g(2, 1, -1)$.

3 Deux produits



Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$. Calculer AB et BA . Sont-elles égales ?

4 Un noyau et une image



Soit $h(x, y) = (x - 2y, -3x + 6y)$. Déterminer $\text{Ker } h$, $\text{Im } h$ et le rang de h .

5 Inverse d'une matrice 2 × 2



Soit $M = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

- Montrer que M est inversible et calculer M^{-1} .
- Résoudre $MX = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

6 Carnets et stylos



Dans une papeterie, trois carnets et deux stylos coûtent **12** euros ; deux carnets et un stylo coûtent **7** euros. Quel est le prix d'un carnet ? d'un stylo ?

7 Vrai ou faux ?



Dites si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant brièvement.

- a. Toute application linéaire envoie le vecteur nul sur le vecteur nul.
- b. Pour deux matrices carrées A et B , on a toujours $AB = BA$.
- c. Une matrice de taille 3×5 a un rang inférieur ou égal à 3.
- d. Une matrice carrée dont le noyau n'est pas réduit à 0 est inversible.

8 Rotation puis symétrie



Dans $\mathbb{R}^2$, soit r la rotation d'angle 90° : $r(x, y) = (-y, x)$, et s la symétrie par rapport à l'axe des abscisses : $s(x, y) = (x, -y)$.

- a. Écrire les matrices R et S de r et s .
- b. Calculer SR et RS . Que constate-t-on ?
- c. Calculer l'image de $(1, 2)$ par $s \circ r$ et par $r \circ s$.

9 Rang et noyau en dimension 4



Soit $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie par $f(x, y, z, t) = (x + y, y + z, z + t)$.

- a. Déterminer le noyau de f .
- b. En déduire le rang de f . L'application est-elle surjective ?

10 Matrice de rang 2



Soit $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ et f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ associé.

- Montrer que $(1, -2, 1)$ appartient au noyau.
- Exprimer la troisième colonne à l'aide des deux premières, puis donner le rang et une base de l'image.
- Donner une équation de l'image.

11 Inverse d'une matrice triangulaire



Soit $T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- Calculer T^{-1} par la méthode du pivot.
- Résoudre $TX = (1, 2, 3)$.

12 Changement de base et puissance



Soit $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $u_1 = (1, 1)$ et $u_2 = (2, 1)$.

- Calculer Au_1 et Au_2 ; en déduire la matrice D de l'endomorphisme dans la base (u_1, u_2) .
- Donner P et P^{-1} , puis calculer $A^3 = PD^3P^{-1}$.

13 Échelonner une matrice



Soit $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$. Déterminer le rang de M par opérations élémentaires, puis une base de son noyau.

14 Un système 3 × 3



Résoudre par la méthode du pivot : $2x + y + z = 6$, $x - y + 2z = 9$, $3x + 2y - z = 1$.

15 Noyau, image et injectivité



Soit $f : E \rightarrow F$ linéaire.

- Montrer que $\text{Ker } f$ est un sous-espace vectoriel de E .
- Montrer que $\text{Im } f$ est un sous-espace vectoriel de F .
- Montrer que f est injective si et seulement si $\text{Ker } f = \{0_E\}$.

16 Endomorphisme de carré nul



Soit E un espace de dimension n et f un endomorphisme de E tel que $f \circ f = 0$.

- Montrer que $\text{Im } f \subset \text{Ker } f$.
- En déduire que $2 \text{rg } f \leq n$. Que vaut au maximum le rang si $n = 7$?
- Donner un exemple non nul dans $\mathbb{R}^2$.

17 Inverse de $I - N$



Soit $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

- Calculer N^2 et N^3 .
- Montrer que $(I - N)(I + N + N^2) = I$ et en déduire $(I - N)^{-1}$.

18 Système à paramètre

★★★★

Discuter, selon le réel m , les solutions de $x + y + z = 1$, $x + my + z = 1$,
 $x + y + mz = m$.

19 Projection oblique

★★★★

Dans $\mathbb{R}^2$, soit p la projection sur la droite $\text{Vect}(u)$, avec $u = (1, 2)$, parallèlement à la droite $\text{Vect}(v)$, avec $v = (1, 1)$.

- Décomposer $e_1 = (1, 0)$ et $e_2 = (0, 1)$ sur (u, v) .
- En déduire la matrice A de p dans la base canonique et vérifier $A^2 = A$.
- Donner la matrice de p dans la base (u, v) .

20 Dérivation des polynômes

★★★★

Soit $\mathbb{R}_3[X]$ l'espace des polynômes de degré au plus 3, de base $(1, X, X^2, X^3)$, et $D : P \mapsto P'$.

- Écrire la matrice de D dans cette base.
- Déterminer $\text{Ker } D$ et $\text{rg } D$.
- Calculer $D(2X^3 - X + 4)$ à l'aide de la matrice.

21 Migration entre deux villes



Deux villes A et B comptent ensemble 6 000 habitants. Chaque année, 10 % des habitants de A partent vers B et 20 % de ceux de B partent vers A . L'état de l'année est $X = (a, b)$.

On a $X_{n+1} = MX_n$ avec $M = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,1 & 0,8 \end{pmatrix}$.

- Vérifier que $u_1 = (2, 1)$ et $u_2 = (1, -1)$ sont des vecteurs propres et donner les valeurs propres associées.
- Quelle répartition est stable ?
- Pour $X_0 = (3000, 3000)$, écrire X_n en fonction de n et calculer X_1 .

Le livre d'exercices corrigés de maths Licence L1

Tout le programme en un seul PDF de 123 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Zyro te conseille la suite

Exercices corrigés de maths

Applications linéaires et matrices :
exercices corrigés de maths Licence L1

Cours de maths

Applications linéaires et matrices : cours
de maths Licence L1

 QCM de maths

Applications linéaires et matrices : QCM
de maths Licence L1

 Exercices corrigés de maths

Déterminants : exercices corrigés de
maths Licence L1

 Exercices corrigés de maths

Logique et ensembles : exercices
corrigés de maths Licence L1

 Cours de maths

Déterminants : cours de maths Licence
L1

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage