

Algèbre générale et dualité : exercices de maths Maths Spé à télécharger en PDF



Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 133 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

21 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Ordres dans $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$

★ ★ ★

Dans le groupe additif $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$, détermine l'ordre de chacun des six éléments. Quels éléments engendrent le groupe ?

2 Une exponentielle comme morphisme

★ ★ ★

On considère $f : (\mathbb{R}, +) \rightarrow (\mathbb{R}_+^*, \times)$ définie par $f(x) = e^{3x}$. Montre que f est un morphisme, puis détermine son noyau. Est-il un isomorphisme ?

3 Décomposer une permutation



Soit $\sigma \in \mathfrak{S}_6$ définie par $\sigma(1) = 3$, $\sigma(2) = 4$, $\sigma(3) = 5$, $\sigma(4) = 2$, $\sigma(5) = 1$, $\sigma(6) = 6$.
Écris σ comme produit de cycles disjoints, puis donne son ordre et sa signature.

4 Somme et intersection d'idéaux de $\mathbb{Z}$



Détermine $12\mathbb{Z} + 18\mathbb{Z}$ et $12\mathbb{Z} \cap 18\mathbb{Z}$, puis écris une relation de Bézout entre **12** et **18**.

5 Division euclidienne par $X - 2$



Effectue la division euclidienne de $P = X^3 + 2X^2 - 5X + 1$ par $X - 2$. Quel est le reste ? Que vaut $P(2)$?

6 Déterminant d'ordre 3



Calcule $\det A$ pour $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. La matrice est-elle inversible ?

7 Noyau d'une forme linéaire



Sur $\mathbb{R}^3$, on pose $\varphi(x, y, z) = 2x - y + 3z$. Montre que $\ker \varphi$ est un plan et donnes-en une base.

8 Non commutativité de S_3



Dans $\mathfrak{S}_3$, calcule $(1\ 2) \circ (2\ 3)$ et $(2\ 3) \circ (1\ 2)$. Que conclus-tu ? Donne l'ordre de chaque élément, puis le nombre de sous-groupes de $\mathfrak{S}_3$.

9 Puissances d'une permutation



Dans $\mathfrak{S}_7$, soit $\sigma = (1\ 2\ 3\ 4)(5\ 6\ 7)$. Donne l'ordre et la signature de σ , puis écris σ^{100} .

10 Un idéal de polynômes



Montre que $I = \{P \in \mathbb{R}[X] \mid P(1) = 0\}$ est un idéal de $\mathbb{R}[X]$, puis qu'il est engendré par $X - 1$.

11 pgcd et relation de Bézout



Dans $\mathbb{Q}[X]$, calcule le pgcd de $A = X^4 - 1$ et $B = X^3 + X^2 + 2X + 2$ par l'algorithme d'Euclide.

12 Un Vandermonde



Calcule $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{vmatrix}$ de deux façons : par la formule de Vandermonde puis par opérations sur les colonnes.

13 Base duale dans le plan



Dans $\mathbb{R}^2$, soit la base $u_1 = (2, 1)$, $u_2 = (1, 1)$. Détermine les formes u_1^* et u_2^* de la base duale, puis les coordonnées de $w = (7, 4)$ dans (u_1, u_2) .

14 Même noyau, formes proportionnelles



Sur $\mathbb{R}^3$, on pose $\varphi = 2x - y + 3z$, $\psi = -4x + 2y - 6z$ et $\chi = 2x - y + 4z$. Les formes φ et ψ ont-elles même noyau ? Et φ et χ ?

15 Groupe d'exposant 2

★★★★

Soit G un groupe tel que $x^2 = e$ pour tout $x \in G$. Montre que G est abélien. Donne un exemple de tel groupe à 4 éléments.

16 Morphismes de $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ dans $\mathbb{Z}/18\mathbb{Z}$

★★★★

Combien y a-t-il de morphismes de groupes de $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ dans $\mathbb{Z}/18\mathbb{Z}$? Les décrire.

17 Permutations d'ordre 6 dans S_5

★★★★

Combien S_5 contient-il de permutations d'ordre 6 ? Quelle est leur signature ?

18 Inversibles et équation dans $\mathbb{Z}/20\mathbb{Z}$

★★★★

Dans l'anneau $\mathbb{Z}/20\mathbb{Z}$: (a) liste les éléments inversibles ; (b) résous $7x = 3$; (c) montre que l'anneau n'est pas intègre.

19 Reste modulo un produit

★★★★

Détermine le reste de la division de $P = X^5 - 3X^2 + 2$ par $(X - 1)(X + 2)$.

20 Dualité et formule de Simpson

★★★★

Dans $E = \mathbb{R}_2[X]$, on note $\text{ev}_0, \text{ev}_1, \text{ev}_2$ les évaluations en $0, 1, 2$. (a) Détermine la base antéduale (L_0, L_1, L_2) . (b) Écris la forme $\Phi : P \mapsto \int_0^2 P(t) dt$ dans la base $(\text{ev}_0, \text{ev}_1, \text{ev}_2)$ de E^* .

21 Déterminant et rang avec paramètre



Pour $m \in \mathbb{R}$, soit $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Calcule $\det A(m)$ et discute le rang de $A(m)$.

Le livre d'exercices corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 133 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Zyro te conseille la suite

Exercices corrigés de maths

Algèbre générale et dualité : exercices corrigés de maths Maths Spé

Cours de maths

Algèbre générale et dualité : cours de maths Maths Spé

 QCM de maths

Algèbre générale et dualité : QCM de maths Maths Spé

 Exercices corrigés de maths

Courbes, surfaces et géométrie euclidienne : exercices corrigés de maths Maths Spé

 Exercices corrigés de maths

Réduction des endomorphismes : exercices corrigés de maths Maths Spé

 Cours de maths

Courbes, surfaces et géométrie euclidienne : cours de maths Maths Spé

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage