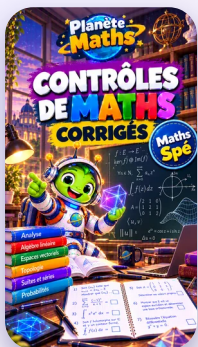


Algèbre générale et dualité : corrigé du contrôle de maths Maths Spé à télécharger en PDF



Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

[Voir le livre](#)

Corrigé du contrôle avec le barème détaillé. Compte tes points et repère ce qu'il faut revoir.

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice autorisée seulement quand l'énoncé le précise.

1 Le groupe $\mathbb{Z}/10\mathbb{Z}$

/ 4 pts

- (a) Ordre de $k : \frac{10}{\text{pgcd}(10, k)} : 0 : 1 ; 1, 3, 7, 9 : 10 ; 2, 4, 6, 8 : 5 ; 5 : 2$. (1 pt)
- (b) Par Lagrange, l'ordre d'un sous-groupe divise **10** ; il y en a un pour chaque diviseur : $\{0\}$, $\{0, 5\}$, $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ et $\mathbb{Z}/10\mathbb{Z}$, soit **4** sous-groupes. (1 pt)
- (c) Les éléments d'ordre **10** : **1, 3, 7, 9**. (1 pt)
- (d) Un morphisme est déterminé par $a = f(1)$ tel que $10a \equiv 0 \pmod{4}$, soit $2a \equiv 0 \pmod{4}$, donc $a \in \{0, 2\}$: **2** morphismes. (1 pt)

2 Une permutation de S_6

/ 4 pts

- (a) $\sigma = (1\ 4\ 2\ 6)(3\ 5)$. (1 pt)
- (b) Ordre : $\text{ppcm}(4, 2) = 4$. Signature : $(-1)^3 \times (-1)^1 = +1$. (1 pt)
- (c) $\sigma^2 = (1\ 2)(4\ 6)$ ($1 \rightarrow 4 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 6 \rightarrow 1, 4 \rightarrow 2 \rightarrow 6, 6 \rightarrow 1 \rightarrow 4$, et **3, 5** fixes).
Comme $2026 = 4 \times 506 + 2$, $\sigma^{2026} = \sigma^2 = (1\ 2)(4\ 6)$. (1 pt)
- (d) On inverse chaque cycle : $\sigma^{-1} = (1\ 6\ 2\ 4)(3\ 5)$. (1 pt)

3 L'anneau $\mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$

/ 3 pts

- (a) Les classes premières avec **15** : **1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14**, soit **8**. (1 pt)
- (b) $4 \times 4 = 16 \equiv 1$, donc $4^{-1} = 4$ et $x = 4 \times 7 = 28 \equiv 13$. Vérification :
 $4 \times 13 = 52 = 45 + 7$. (1 pt)
- (c) $3 \times 5 = 15 \equiv 0$: **3** et **5** sont des diviseurs de zéro. (1 pt)

4 Factoriser et trouver un pgcd

/ 3 pts

- (a) $P(2) = 16 - 12 - 6 + 2 = 0$. (1 pt)
- (b) $P = (X - 2)(2X^2 + X - 1)$ et $2X^2 + X - 1 = (2X - 1)(X + 1)$, donc $P = (X - 2)(2X - 1)(X + 1)$. (1 pt)
- (c) $Q = (X - 2)(X + 1)$ divise P , donc $\text{pgcd}(P, Q) = Q = X^2 - X - 2$. (1 pt)

5 Déterminant d'une matrice tridiagonale

/ 3 pts

- (a) Développement selon la première ligne : $2(4 - 1) - 1(2 - 0) = 6 - 2 = 4$. (1 pt)
- (b) $\det(2A) = 2^3 \times 4 = 32$ et $\det(A^3) = 4^3 = 64$. (1 pt)
- (c) $\det A \neq 0$, donc A est inversible et son rang vaut 3. (1 pt)

6 Base duale et coordonnées

/ 3 pts

- (a) $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\det P = 3 - 2 = 1$, $P^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. (1 pt)
- (b) $u_1^*(x, y) = 3x - y$ et $u_2^*(x, y) = -2x + y$. Vérification : $u_1^*(1, 2) = 1$, $u_1^*(1, 3) = 0$, $u_2^*(1, 2) = 0$, $u_2^*(1, 3) = 1$. (1 pt)
- (c) $u_1^*(5, 7) = 15 - 7 = 8$ et $u_2^*(5, 7) = -10 + 7 = -3$, donc $w = 8u_1 - 3u_2$: $(8 - 3, 16 - 9) = (5, 7)$. (1 pt)

Le livre de contrôles corrigés de maths Maths Spé

Tout le programme en un seul PDF de 50 pages, à imprimer ou à garder sur ta tablette.

Voir le livre

 Zyro te conseille la suite

 Contrôles de maths

Algèbre générale et dualité : contrôle de maths Maths Spé

 Cours de maths

Algèbre générale et dualité : cours de maths Maths Spé

 QCM de maths

Algèbre générale et dualité : QCM de maths Maths Spé

 Contrôles de maths

Courbes, surfaces et géométrie euclidienne : contrôle de maths Maths Spé

 Contrôles de maths

 Cours de maths

Réduction des endomorphismes :
contrôle de maths Maths Spé

Courbes, surfaces et géométrie
euclidienne : cours de maths Maths Spé

Zyro vous emmène sur nos sites partenaires

Embarquez pour d'autres planètes du savoir et leurs applis.

Décollage